Exercicis per practicar. 1a entrega — Micro I - 21/12/13.

* Una empresa produeix audiòmines (Y) emprant treballadors (L) i màquines (K), mitjançant la funció de producció: $Y = f(L,K) = L^{1/2}K^{1/2}$. Els preus dels factors són $w = 400$ €/treballador, i $r = 100$ €/màquina. En el curt termini, l'empresa té ($\underline{K} =$) 10 màquines. Troba les funcions de cost, de cost mitjà i de cost marginal, per al curt termini i per al llarg termini.

- curt termini:
  - demanda condicionada d'L:

$$f(L,\underline{K}) = Y \iff L^{1/2}\underline{K}^{1/2} = Y \iff L = \frac{Y^2}{\underline{K}} \iff \underline{L_{ct}(Y) = \frac{Y^2}{10}}$$

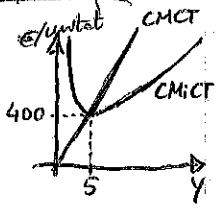
  - funcions de cost:

$$\boxed{CCT(Y)} = w \cdot L_{ct}(Y) + r\underline{K} = 400 \cdot \frac{Y^2}{10} + 100 \cdot 10 = \boxed{40Y^2 + 1000}$$

(és la de l'exercici 4 de la llista 6!).

$$\Rightarrow \boxed{CMiCT(Y)} = \frac{CCT(Y)}{Y} = \frac{40Y^2 + 1000}{Y} = \boxed{40Y + \frac{1000}{Y}}$$

$$\Rightarrow \boxed{CMCT(Y)} = \frac{d}{dY}CCT(Y) = \frac{d}{dY}(40Y^2 + 1000) = \boxed{80Y^2}$$



- llarg termini:
  - demandes condicionades dels factors:

$$\begin{cases} RTS = -\frac{w}{r} \\ f(L,K) = Y \end{cases} \begin{cases} -\frac{K}{L} = -\frac{400}{100} \\ L^{1/2}K^{1/2} = Y \end{cases} \begin{cases} \frac{K}{L} = 4 \\ K^{1/2} = \frac{Y}{L^{1/2}} \end{cases} \begin{cases} K = 4L \\ K = \frac{Y^2}{L} \end{cases} 4L = \frac{Y^2}{L} \iff$$

$$\iff 4L^2 = Y^2 \iff 2L = Y \iff \underline{L^c(Y) = \frac{Y}{2}}$$

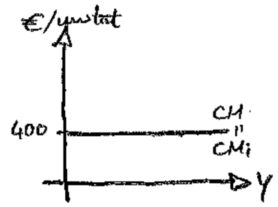
$$\longrightarrow \underline{K^c(Y)} = 4 \cdot L^c(Y) = 4 \cdot \frac{Y}{2} = \underline{2Y}$$

  - funcions de cost:

$$\boxed{C(Y)} = w \cdot L^c(Y) + r \cdot K^c(Y) = 400 \cdot \frac{Y}{2} + 100 \cdot 2Y = 200Y + 200Y = \boxed{400Y}$$

$$\Rightarrow \boxed{CMi(Y)} = \frac{C(Y)}{Y} = \frac{400Y}{Y} = \boxed{400}$$

$$\Rightarrow \boxed{CM(Y)} = \frac{dC(Y)}{dY} = \frac{d(400Y)}{dY} = \boxed{400}.$$



102337: Microeconomia I

Exercicis per practicar, entrega núm. 2 (solucions: per Cap d'Any)

Universitat Autònoma de Barcelona — 1r quadrimestre 2013/14

28 de desembre de 2013 — Professor Alexis León

1. L'Anna té 60 € al mes per gastar en entrades de cinema (x_1) i xiclets (x_2). La seva funció d'utilitat és $u(x_1,x_2) = x_1 \cdot x_2/(x_1+x_2)$, i el preu d'un xiclet és 1€.

a) Troba la cistella òptima de l'Anna quan el preu d'una entrada de cinema (p_1) és 9€.

b) Troba la cistella òptima de l'Anna quan el preu d'una entrada de cinema (p_1) puja a 16€.

c) Per a l'Anna, el cinema és un bé ordinari o Giffen? Per què?

d) Per a l'Anna, els xiclets són un bé substitutiu (brut) del cinema, complementari (brut) del cinema, o cap de les dues coses? Per què?

e) Troba l'equació de la corba de demanda d'entrades de cinema de l'Anna, i representa-la gràficament. Quantes vegades al mes aniria l'Anna al cinema si el preu de l'entrada fos 4 €? Quin preu hauria de tenir l'entrada de cinema per fer que hi anés dos cops al mes solament?

2. Una empresa produeix andròmines (Y) utilitzant treballadors (L) i energia (E, mesurada en megawatts-hora d'electricitat). L'empresa opera en mercats competitius, on el sou d'un treballador és de 220 € a la setmana, i el preu d'una andròmina és 1 €. La funció de producció setmanal de l'empresa és: $Y = f(L,E) = 20L + 880E + 2LE - L^2 - 2E^2$.

a) Quants treballadors i quanta energia emprarà l'empresa quan el preu de l'energia elèctrica és de 40 € per megawatt-hora?

b) Quants treballadors i quanta energia emprarà l'empresa quan el cost de l'energia elèctrica puja a 80 € per megawatt-hora?

Exercicis per practicar. 2a entrega — Micro I – 1/1/14

$\boxed{1-}$ $m = 60$. $u(x_1, x_2) = \dfrac{x_1 x_2}{x_1 + x_2} \rightarrow UM_1 = \dfrac{x_2(\cancel{x_1} + x_2) - \cancel{x_1 x_2 \cdot 1}}{(x_1 + x_2)^2} = \dfrac{x_2^2}{(x_1+x_2)^2}$

$p_2 = 1$. $\rightarrow UM_2 = \dfrac{x_1^2}{(x_1+x_2)^2} \rightarrow RMS = -\dfrac{x_2^2}{x_1^2}$

a) $p_1 = 9$

$$\begin{cases} -\left(\frac{x_2}{x_1}\right)^2 = -\frac{9}{1} \\ 9x_1 + x_2 = 60 \end{cases} \begin{cases} \frac{x_2}{x_1} = 3 \\ x_2 = 60 - 9x_1 \end{cases} \quad 3x_1 = 60 - 9x_1 \leftrightarrow 12x_1 = 60 \leftrightarrow \underline{\underline{x_1^* = 5}}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{x_2^* = 3x_1^* = 15}}$$

b) $p_1' = 16$

$$\begin{cases} -\left(\frac{x_2}{x_1}\right)^2 = -\frac{16}{1} \\ 16x_1 + x_2 = 60 \end{cases} \begin{cases} \frac{x_2}{x_1} = 4 \\ x_2 = 60 - 16x_1 \end{cases} \quad 4x_1 = 60 - 16x_1 \leftrightarrow 20x_1 = 60 \leftrightarrow \underline{\underline{x_1^{**} = 3}}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{x_2^{**} = 4x_1^{**} = 12}}$$

c) Per a l'Anna, el cinema (bé 1) és un bé ordinari, perquè quan en puja el preu, ella en redueix el seu consum: $\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} < 0$.

d) Per a l'Anna, els xiclets (bé 2) són un bé complementari (brut) del cinema (bé 1), perquè quan el preu del cinema puja, l'Anna redueix també el consum de xiclets: $\frac{\Delta x_2}{\Delta p_1} < 0$.

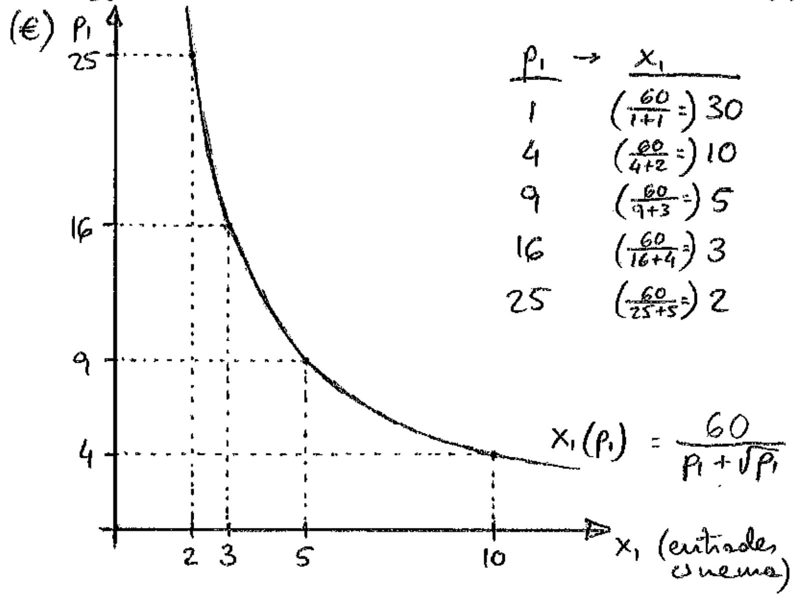
e) Per a qualsevol valor de p_1:

$$\begin{cases} -\left(\frac{x_2}{x_1}\right)^2 = -\frac{p_1}{1} \\ p_1 x_1 + x_2 = 60 \end{cases} \begin{cases} \frac{x_2}{x_1} = \sqrt{p_1} \\ x_2 = 60 - p_1 x_1 \end{cases} \quad \sqrt{p_1} \cdot x_1 = 60 - p_1 \cdot x_1 \leftrightarrow (p_1 + \sqrt{p_1})\, x_1 = 60$$

$$\leftrightarrow \boxed{x_1(p_1) = \frac{60}{p_1 + \sqrt{p_1}}}$$

corba de demanda de cinema de l'Anna

(i: $\rightarrow x_2 = \sqrt{p_1} \cdot x_1 = \dfrac{\sqrt{p_1} \cdot 60}{p_1 + \sqrt{p_1}} = \leftrightarrow x_2(p_1) = \dfrac{60}{\sqrt{p_1} + 1}$)



p_1 →	x_1
1	$(\frac{60}{1+1} =)$ 30
4	$(\frac{60}{4+2} =)$ 10
9	$(\frac{60}{9+3} =)$ 5
16	$(\frac{60}{16+4} =)$ 3
25	$(\frac{60}{25+5} =)$ 2

Si el preu fos 4 €, l'Anna aniria 10 cops al cine: $\underline{x_1(4) = \left(\frac{60}{4+\sqrt{4}} =\right) 10}$.

Si el preu fos 25 €, l'Anna aniria 2 cops al cine: $\underline{x_1(25) = \left(\frac{60}{25+\sqrt{25}} =\right) 2}$.

$\boxed{2-}$ $w = 220$, $p = 1$. $Y = f(L,E) = 20L + 880E + 2LE - L^2 - 2E^2$

$$\rightarrow \quad PM_L = 20 + 2E - 2L$$
$$\rightarrow \quad PM_E = 880 + 2L - 4E$$

a) $p_E = 40$ (€/MW-h):

$$\begin{cases} p \cdot PM_L = w \\ p \cdot PM_E = p_E \end{cases} \begin{cases} 1\cdot(20+2E-2L) = 220 \\ 1\cdot(880+2L-4E) = 40 \end{cases} \begin{cases} 2E = 200 + 2L \\ 4E = 840 + 2L \end{cases} \begin{cases} E = 100 + L \\ E = 210 + \frac{1}{2}L \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow \quad 100 + L = 210 + \tfrac{1}{2}L$$
$$\leftrightarrow \quad \tfrac{1}{2}L = 110$$
$$\leftrightarrow \quad \underline{L^* = 220 \text{ treballadors}} \rightarrow \underline{E^*} = 100 + L^* = \underline{320 \text{ MW-h}}.$$

b) $p_E' = 80$ (€/MW-h):

$$\begin{cases} p \cdot PM_L = w \\ p \cdot PM_E = p_E' \end{cases} \begin{cases} 1\cdot(20-2E-2L) = 220 \\ 1\cdot(880-2L-4E) = 80 \end{cases} \begin{cases} 2E = 200 + 2L \\ 4E = 800 + 2L \end{cases} \begin{cases} E = 100 + L \\ E = 200 + \frac{1}{2}L \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow \quad 100 + L = 200 + \tfrac{1}{2}L$$
$$\leftrightarrow \quad \tfrac{1}{2}L = 100$$
$$\leftrightarrow \quad \underline{L^{**} = 200 \text{ treballadors}} \rightarrow \underline{E^{**}} = 100 + L^{**} = \underline{300 \text{ MW-h}}.$$

Alternativament:

Podríem resoldre l'exercici derivant les funcions de demanda dels factors:

$$\begin{cases} 1\cdot(20-2E-2L) = w \\ 1\cdot(880-2L-4E) = p_E \end{cases} \begin{cases} 2E = w - 20 + 2L \\ 4E = 880 - p_E + 2L \end{cases} \begin{cases} E = \frac{1}{2}w - 10 + L \\ E = 220 - \frac{1}{4}p_E + \frac{1}{2}L \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow \quad \tfrac{1}{2}w - 10 + L = 220 - \tfrac{1}{4}p_E + \tfrac{1}{2}L$$
$$\leftrightarrow \quad \tfrac{1}{2}L = 230 - \tfrac{1}{2}w - \tfrac{1}{4}p_E$$
$$\leftrightarrow \quad \underline{L(w,p_E) = 460 - w - \tfrac{1}{2}p_E} \rightarrow \underline{E(w,p_E)} = \tfrac{1}{2}w - 10 + (460 - w - \tfrac{1}{2}p_E) =$$
$$= \underline{450 - \tfrac{1}{2}w - \tfrac{1}{2}p_E}$$

i per tant:

a) $L^* = L(220, 40) = 460 - 220 - \frac{1}{2}\cdot 40 = 220$
$E^* = E(220, 40) = 450 - \frac{1}{2}\cdot 220 - \frac{1}{2}\cdot 40 = 320$

b) $L^{**} = L(220, 80) = 460 - 220 - \frac{1}{2}\cdot 80 = 200$
$E^{**} = E(220, 80) = 450 - \frac{1}{2}\cdot 220 - \frac{1}{2}\cdot 80 = 300$.

102337: Microeconomia I

Exercicis per practicar, entrega núm. 3 (solucions: per Reis)

Universitat Autònoma de Barcelona | 1r quadrimestre 2013/14
31 de desembre de 2013 | Professor Alexis León

1. En Bernat té 100 hores a la setmana per repartir entre el treball (h) i el lleure (l). Les seves preferències sobre el lleure i el consum d'altres béns (c) estan representades per la funció d'utilitat $u(l, c) = l^{3/5}c^{2/5}$. El preu de c és $p_c = 1$ (c és el *numerari*: euros gastats en altres béns). Suposa que en Bernat no té cap altra font d'ingressos que no sigui la renda del treball.

a) Troba la cistella òptima quan el salari per hora és $w = 6$ €? Quantes hores voldrà treballar?

b) Troba la cistella òptima quan el salari puja a $w' = 12$ €? Quantes hores voldrà treballar ara?

c) Descomposa l'efecte de la pujada del salari (de w=6 a w'=12) sobre el consum de lleure, l'oferta de treball i el consum d'altres béns del Bernat en l'efecte substitució i l'efecte renda.

2. Per a cada una de les funcions d'utilitat següents, troba l'equació de la corba d'indiferència que passa per la cistella (5, 20), dibuixa-la, i troba el pendent de la corba en aquest punt.

a) $u(x_1, x_2) = 2x_1 + x_2$

b) $u(x_1, x_2) = \min\{2x_1 , x_2\}$

c) $u(x_1, x_2) = x_1 x_2$

d) $u(x_1, x_2) = x_1 x_2/(x_1 + x_2)$

e) $u(x_1, x_2) = \ln(x_1/5) + x_2$

Exercicis per practicar. 3a entrega. Micro I – 3/1/14.

$\boxed{1-}$. $T = 100$. $u(l,c) = l^{3/5}c^{2/5}$ $\to UM_l = \frac{3}{5}l^{-2/5}c^{2/5}$, $\to UM_c = \frac{2}{5}l^{3/5}c^{-3/5}$ $\Big\} \to RMS = -\frac{3c}{2l}$.

$p_c = 1$, $y = 0$.

a) $w = 6$:

$$A\begin{cases} RMS = -\frac{w}{p_c} \\ wl + p_c c = wT + \cancel{y} \end{cases} \begin{cases} -\frac{3c}{2l} = -6 \\ 6l + c = 6\cdot 100 \end{cases} \begin{cases} c = 4l \\ c = 600 - 6l \end{cases} 4l = 600 - 6l \Leftrightarrow 10l = 600 \Leftrightarrow \underline{l^* = 60} \text{ hores/setmana}$$

$\Rightarrow \underline{h^*} = T - l^* = 100 - 60 = \underline{40}$ hores/setmana.

$\Rightarrow \underline{c^*} = 4\cdot l^* = 4\cdot 60 = \underline{240}$ € en altres béns.

b) $w' = 12$:

$$B\begin{cases} RMS = -\frac{w'}{p_c} \\ w'l + p_c\cdot c = w'T + \cancel{y} \end{cases} \begin{cases} -\frac{3c}{2l} = -12 \\ 12l + c = 12\cdot 100 \end{cases} \begin{cases} c = 8l \\ c = 1200 - 12l \end{cases} 8l = 1200 - 12l \Leftrightarrow 20l = 1200 \Leftrightarrow \underline{l^{**} = 60} \text{ hores/setmana}$$

$\Rightarrow \underline{h^{**}} = T - l^{**} = 100 - 60 = \underline{40}$ hores/setmana.

$\Rightarrow \underline{c^{**}} = 8\cdot l^{**} = 8\cdot 60 = \underline{480\ €}$ en altres béns.

c) cistella descomposició:

$$A'\begin{cases} RMS = -\frac{w'}{p_c} \\ w'l + p_c c = \mu \end{cases} \begin{cases} -\frac{3c}{2l} = -12 \\ 12l + c = 960 \end{cases} \begin{cases} c = 8l \\ c = 960 - 12l \end{cases} 8l = 960 - 12l \Leftrightarrow 20l = 960 \Leftrightarrow \underline{l' = 48} \text{ hores/setmana}$$

$\mu = w'\cdot l^* + p_c\cdot c^* = 12\cdot 60 + 1\cdot 240 = 720 + 240 = 960.$

$\Rightarrow \underline{h'} = T - l' = 100 - 48 = \underline{52}$ hores/setmana

$\Rightarrow \underline{c'} = 8\cdot l' = 8\cdot 48 = \underline{384\ €}$

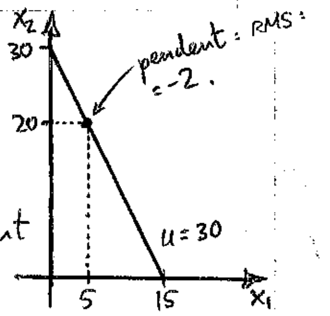
	l	h	c
(A→A') efecte substitució:	−12	+12	+144
(A'→B) efecte renda:	+12	−12	+96
(A→B) efecte TOTAL:	0	0	+240.

$\boxed{2-}$ a) $u(x_1,x_2) = 2x_1 + x_2 \quad \rightarrow \quad u(5,20) = 2\cdot 5 + 20 = 30.$

$\leftrightarrow \quad x_2 = u - 2x_1$. Per a $u=30$, la CI és: $\underline{\underline{x_2 = 30 - 2x_1}}$

pendent: $\quad RMS = -\frac{UM_1}{UM_2} = -\frac{2}{1} = \underline{\underline{-2}}. \qquad \hookrightarrow \frac{dx_2}{dx_1} = -2 =$ pendent

dos mètodes d'obtenir el pendent

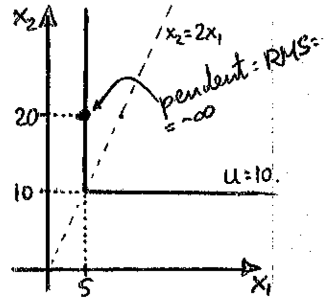


b) $u(x_1,x_2) = \min\{2x_1, x_2\} \rightarrow u(5,20) = \min\{2\cdot 5, 20\} = 10.$

$$\leftrightarrow \begin{cases} \text{si } x_2 \leq 2x_1 \rightarrow u = x_2 \ (\leftrightarrow x_2 = u) \\ \text{si } x_2 \geq 2x_1 \rightarrow u = 2x_1 \ (\leftrightarrow x_1 = \frac{u}{2}). \end{cases} \text{. Per a } u=10, \text{ la CI és: } \begin{cases} x_2 = 10 & \text{si } x_2 \leq 2x_1 \\ x_1 = 5 & \text{si } x_2 \geq 2x_1 \end{cases}$$

$$\text{pendent: } \begin{cases} \text{si } x_2 \leq 2x_1 \rightarrow u = x_2 \rightarrow RMS = -\frac{UM_1}{UM_2} = -\frac{0}{1} = 0 \\ \text{si } x_2 \geq 2x_1 \rightarrow u = 2x_1 \rightarrow RMS = -\frac{UM_1}{UM_2} = -\frac{2}{0} = -\infty \end{cases}$$

. $\underline{\underline{RMS(5,20) = -\infty}}$ (perquè $\underset{x_2}{20} > 2\cdot\underset{x_1}{5}$)



c) $u(x_1,x_2) = x_1x_2 \rightarrow u(5,20) = 5\cdot 20 = 100.$

$\leftrightarrow x_2 = \frac{u}{x_1}$. Per a $u=100$, la CI és: $\underline{\underline{x_2 = \frac{100}{x_1}}}$

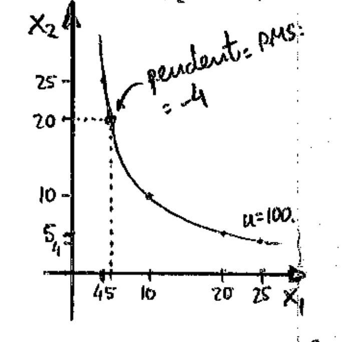
x_1 →	x_2
0	∞
1	100
2	50
4	25
5	20
10	10
20	5
25	4
50	2

pendent: $RMS = -\frac{UM_1}{UM_2} = -\frac{x_2}{x_1}$.

$\rightarrow RMS(5,20) = -\frac{20}{5} = \underline{\underline{-4}}$

$\hookrightarrow \frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{100}{x_1^2}$

Al punt (5,20), tenim: $-\frac{100}{5^2} = -\frac{100}{25} = \underline{\underline{-4}}$.



d) $u(x_1,x_2) = \frac{x_1x_2}{x_1+x_2} \rightarrow u(5,20) = \frac{5\cdot 20}{5+20} = \frac{100}{25} = 4.$

$\leftrightarrow ux_1 + ux_2 = x_1x_2$

$\leftrightarrow ux_1 = (x_1 - u)x_2$

$\leftrightarrow \quad x_2 = \frac{ux_1}{x_1 - u}$. Per a $u=4$, la CI és: $\underline{\underline{x_2 = \frac{4x_1}{x_1 - 4}}}$

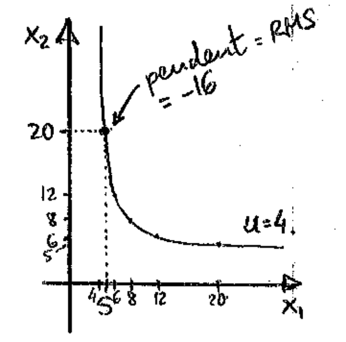
x_1 →	x_2
4	∞
5	20
6	12
8	8
12	6
20	5

pendent: $RMS = -\frac{UM_1}{UM_2} = -\frac{x_2^2/\cancel{(x_1+x_2)^2}}{x_1^2/\cancel{(x_1+x_2)^2}} = -\left(\frac{x_2}{x_1}\right)^2.$

$\rightarrow RMS(5,20) = -\left(\frac{20}{5}\right) = -4^2 = \underline{\underline{-16}}$

$\hookrightarrow \frac{dx_2}{dx_1} = \frac{4(x_1-4) - \cancel{4x_1}\cdot 1}{(x_1-4)^2} = \frac{-16}{(x_1-4)^2}.$

Al punt (5,20), tenim: $\frac{-16}{(5-4)^2} = \frac{-16}{1^2} = \underline{\underline{-16}}$.



e) $u(x_1,x_2) = \ln\left(\frac{x_1}{5}\right) + x_2 \rightarrow u(5,20) = \ln\left(\frac{5}{5}\right) + 20 = \underbrace{\cancel{\ln 1}}_{0} + 20 = 20.$

$\leftrightarrow \quad x_2 = u - \ln\left(\frac{x_1}{5}\right)$. Per a $u=20$, la CI és: $\underline{\underline{x_2 = 20 - \ln\left(\frac{x_1}{5}\right)}}$

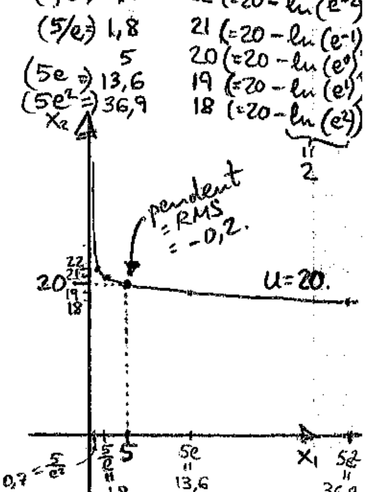
x_1 →	x_2
0	$+\infty$ (= $20 - \underbrace{\ln 0}_{-\infty}$)
($5/e^2$ =) 0,7	22 (= $20 - \ln(e^{-2})$)
($5/e$ =) 1,8	21 (= $20 - \ln(e^{-1})$)
5	20 (= $20 - \ln(e^0)$)
($5e$ =) 13,6	19 (= $20 - \ln(e^1)$)
($5e^2$ =) 36,9	18 (= $20 - \underbrace{\ln(e^2)}_{2}$)

pendent: $RMS = -\frac{UM_1}{UM_2} = -\frac{\frac{1}{(x_1/5)}\cdot\frac{1}{5}}{1} = -\frac{1}{x_1}$.

$\rightarrow \underline{\underline{RMS(5,20) = -\frac{1}{5}}} \ \underline{\underline{(= -0{,}2)}}.$

$\hookrightarrow \frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{1}{x_1/\cancel{5}}\cdot\frac{1}{\cancel{5}} = -\frac{1}{x_1}$

Al punt (5,20), tenim: $\underline{\underline{-\frac{1}{5}}}$ $\underline{(= -0{,}2)}$



Nota: (a): funció lineal: substitutius perfectes.
(b): funció Leontieff: complementaris perfectes.
(c): funció Cobb-Douglas
(d): funció CES
(e): funció quasi-lineal.

Les funcions donades són exemples d'aquests tipus de funcions.

102337: Microeconomia I

Exercicis per practicar, entrega núm. 4 (solucions: per Reis)

Universitat Autònoma de Barcelona | 1r quadrimestre 2013/14
4 de gener de 2014 | Professor Alexis León

1. Per a cada una de les funcions de producció següents, troba l'equació de la isoquanta que passa per la combinació d'inputs (5, 20), dibuixa-la, i troba el pendent de la isoquanta en aquest punt.

a) $Y = 2L + K$

b) $Y = \min\{2L, K\}$

c) $Y = LK$

d) $Y = LK/(L + K)$

e) $Y = \ln(L/5) + K$

2. La Clàudia té preferències sobre el seu consum present (c_1) i futur (c_2) representades per la funció d'utilitat $u(c_1, c_2) = c_1^{1/2}c_2^{1/2}$. La seva renda present (m_1) és 24.000 € i la seva renda futura (m_2) és 30.000 €.

a) Troba la cistella de consum òptima de la Clàudia si el tipus d'interès al qual pot estalviar o endeutar-se d'un període a l'altre és (r =) 25%. Quant estalviarà? Quant s'endeutarà?

b) Troba la nova cistella òptima si el tipus d'interès puja a (r' =) 50%. S'endeutarà o estalviarà ara la Clàudia? Quant estalviarà? Quant s'endeutarà?

c) Sense fer cap més càlcul, descomposa l'efecte de la pujada del tipus d'interès (de $r = 0{,}25$ a $r' = 0{,}50$) sobre el consum present i futur de la Clàudia en l'efecte substitució i l'efecte renda.

Exercicis per practicar. 4a entrega. Micro I - 6/1/14.

$\boxed{1}$ Com l'exercici anterior. Només cal canviar "corba d'indiferència" per "isoquanta", u per Y, RMS per RTS, i x_1 i x_2 per L i K.

$\boxed{2}$ $u(c_1,c_2) = c_1^{1/2} c_2^{1/2} \longrightarrow RMS = -\frac{\cancel{\frac{1}{2}} \cdot c_1^{-1/2} c_2^{1/2}}{\cancel{\frac{1}{2}} \cdot c_1^{1/2} \cdot c_2^{-1/2}} = -\frac{c_2}{c_1}$.

$m_1 = 24.000 \quad , \quad m_2 = 30.000$.

a) $r = 25\% \; (= 0{,}25 = \frac{1}{4})$.

$$A \begin{cases} RMS = -(1+r) \\ c_2 = m_2 + (1+r)m_1 - (1+r)c_1 \end{cases} \begin{cases} -\frac{c_2}{c_1} = -1{,}25 \\ c_2 = 30.000 + \underbrace{1{,}25 \cdot 24{,}000}_{30.000 \; (=\frac{5}{4}\cdot 24.000)} - 1{,}25\, c_1 \end{cases} \longleftrightarrow$$

$$\longleftrightarrow \begin{cases} c_2 = 1{,}25\, c_1 \\ c_2 = 60.000 - 1{,}25 c_1 \end{cases} \begin{cases} 1{,}25 \cdot c_1 = 60.000 - 1{,}25 \cdot c_1 \\ \leftrightarrow 2{,}5 \cdot c_1 = 60.000 \end{cases}$$

$$\leftrightarrow \underline{c_1^*} = \frac{60.000}{2{,}5} = \frac{60.000}{5/2} = \frac{120.000}{5} = \underline{24.000} \; (= m_1)$$

$$\longrightarrow \underline{c_2^*} = 1{,}25 \cdot c_1^* = \frac{5}{4} \cdot 24.000 = \underline{30.000} \; (= m_2)$$

Consumirà en cada període la renda d'aquell període. Per tant, ni estalviarà (estalvi: $m_1 - c_1^* = 0$) ni s'endeutarà (préstec $= c_1^* - m_1 = 0$).

b) $r' = 50\% \; (= 0{,}50 = \frac{1}{2})$.

$$B \begin{cases} RMS = -(1+r') \\ c_2 = m_2 + (1+r')m_1 - (1+r')c_1 \end{cases} \begin{cases} -\frac{c_2}{c_1} = -1{,}50 \\ c_2 = 30.000 + \underbrace{1{,}50 \cdot 24.000}_{36.000 \; (=\frac{3}{2}\cdot 24.000)} - 1{,}50\, c_1 \end{cases} \longleftrightarrow$$

$$\longleftrightarrow \begin{cases} c_2 = 1{,}5\, c_1 \\ c_2 = 66.000 - 1{,}5 c_1 \end{cases} \begin{cases} 1{,}5 c_1 = 66.000 - 1{,}5 c_1 \\ \leftrightarrow 3 c_1 = 66.000 \end{cases}$$

$$\leftrightarrow \underline{c_1^{**}} = \frac{66.000}{3} = \underline{22.000} \; (< m_1).$$

$$\longrightarrow \underline{c_2^{**}} = 1{,}5 \cdot c_1^{**} = \frac{3}{2} \cdot 22.000 = \underline{33.000} \; (> m_2).$$

La Clàudia esdevindria una estalviadora:

el seu estalvi seria de: $(m_1 - c_1^* = 24.000 - 22.000 =)$ 2.000 €

c) Inicialment, la Clàudia triava consumir la seva cistella dotació: $(c_1^*, c_2^*) = (m_1, m_2) = D$. L'augment del tipus d'interès ni li feia créixer el valor dels seus estalvis ni el cost del seu préstec, perquè no en tenia. Per tant, l'increment de r ni l'enriquia ni l'empobria: no hi ha efecte renda! $(A' = B)$.

		c_1	c_2
$(A \to A')$	efecte substitució:	-2.000	$+3.000$
$(A' \to B)$	efecte renda:	0	0
$(A \to B)$	efecte TOTAL:	-2.000	$+3.000$

102337: Microeconomia I

Exercicis per practicar, entrega núm. 5 (solucions: demà)

Universitat Autònoma de Barcelona — 1r quadrimestre 2013/14

6 de gener de 2014 — Professor Alexis León

1. 'Mètode 9' és una petita empresa competitiva que produeix informes (Y) mitjançant hores de treball discret (L) i sofisticats aparells (K). La seva producció diària ve donada per: $Y = L^{1/3}K^{1/3}$. El preu d'un informe (p) és 300 €, el sou per hora d'un treballador qualificat (w) és 25 €, i el cost diari de llogar un aparell (r) és 100 €. En el curt termini, l'empresa té ($\underline{K}$=) 1 aparell.

a) Aquesta empresa presenta rendiments creixents, constants, o decreixents d'escala? Per què?

b) Quantes hores de treball emprarà 'Mètode 9' en el curt termini? Quants informes produirà? Quin serà el seu benefici?

c) Quantes hores de treball i quants aparells emprarà 'Mètode 9' en el llarg termini? Quants informes produirà? Quin serà el seu benefici?

d) Troba les funcions de cost, de cost mitjà i de cost marginal en el curt termini. Calcula el cost marginal en el nivell òptim de producció trobat a (b). És superior, inferior o igual a p?

e) Troba les funcions de cost, de cost mitjà i de cost marginal en el llarg termini. Calcula el cost marginal en el nivell òptim de producció trobat a (c). És superior, inferior o igual a p?

2. Un individu té preferències representades per la funció d'utilitat $u(x_1, x_2)$. La seva renda és m i els preus dels dos béns són $p_1 = 40$ i $p_2 = 10$. Per a cada una de les funcions d'utilitat següents, troba les equacions de les corbes d'Engel de l'individu per al bé 1 i per al bé 2.

a) $u(x_1, x_2) = x_1 + x_2$

b) $u(x_1, x_2) = \min\{x_1, x_2\}$

c) $u(x_1, x_2) = x_1 x_2$

d) $u(x_1, x_2) = x_1 x_2/(x_1 + x_2)$

e) $u(x_1, x_2) = 8 \ln x_1 + x_2$

f) $u(x_1, x_2) = x_1^{4/5}x_2^{1/5}$

g) $u(x_1, x_2) = x_1^{1/2}x_2^{1/2}$

Exercicis per practicar. 5a entrega — Micro I - 7/1/14.

$\boxed{1-}$ $Y = L^{1/3}K^{1/3}$ $\rightarrow PM_L = \frac{1}{3}L^{-2/3}K^{1/3}$, $\rightarrow PM_K = \frac{1}{3}L^{1/3}K^{-2/3}$ $\Big\} \rightarrow RTS = -\frac{K}{L}$.

$p = 300$, $w = 25$, $r = 100$, $\underline{K} = 1$.

a) $f(L,K) = L^{1/3}K^{1/3} = Y$. Per a qualsevol $t>1$, tenim:

$$\underline{f(tL,tK)} = (tL)^{1/3}(tK)^{1/3} = t^{1/3}\cdot t^{1/3}\cdot L^{1/3}K^{1/3} = t^{2/3}\cdot Y \;\underline{<}\; \underline{t\cdot Y} \Leftrightarrow \text{Rendiments Decreixents d'Escala.}$$

b) curt termini: demanda (incondicional) del factor L:

$$p\cdot PM_L = w \Leftrightarrow 300\cdot\left(\tfrac{1}{3}L^{-2/3}\underline{K}^{1/3}\right) = 25 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 100\,L^{-2/3}\cdot 1^{1/3} = 25 \Leftrightarrow 4 = L^{2/3} \Leftrightarrow L^*_{c\text{-}t} = 4^{3/2} = 2^3 = \underline{8} \text{ hores/dia.}$$

$$\Rightarrow \underline{Y^*_{c\text{-}t}} = f(L^*_{c\text{-}t},\underline{K}) = f(8,1) = 8^{1/3}\cdot 1^{1/3} = 2\cdot 1 = \underline{2} \text{ informes/dia.}$$

$$\Rightarrow \underline{\pi^*_{c\text{-}t}} = p\cdot Y^*_{c\text{-}t} - w\cdot L^*_{c\text{-}t} - r\underline{K} = 300\cdot 2 - 25\cdot 8 - 100\cdot 1 =$$
$$= 600 - 200 - 100 = 600 - 300 = \underline{300 \text{ €/dia}}$$

c) llarg termini: demandes (incondicionals) dels factors:

$$\begin{cases} p\cdot PM_L = w \\ p\cdot PM_K = r \end{cases} \quad \begin{cases} 300\cdot\frac{1}{3}L^{-2/3}K^{1/3} = 25 \\ 300\cdot\frac{1}{3}L^{1/3}K^{-2/3} = 100 \end{cases} \quad \begin{cases} 4K^{1/3} = L^{2/3} \\ L^{1/3} = K^{2/3} \end{cases} \quad \begin{cases} L^{2/3} = 4K^{1/3} \\ L^{2/3} = K^{4/3} \end{cases} \quad \begin{cases} 4K^{1/3} = K^{4/3} \\ \underline{4 = K^*} \end{cases}$$

$$\hookrightarrow L = K^2 \Rightarrow \underline{L^*} = (K^*)^2 = 4^2 = \underline{16} \text{ hores/dia}$$

$$\Rightarrow \underline{Y^*} = f(L^*,K^*) = f(16,4) = 16^{1/3}\cdot 4^{1/3} = 64^{1/3} = \underline{4} \text{ informes/dia}$$

$$\Rightarrow \underline{\pi^*} = p\cdot Y^* - wL^* - rK^* = 300\cdot 4 - 25\cdot 16 - 100\cdot 4 =$$
$$= 1200 - 400 - 400 = 1200 - 800 = \underline{400 \text{ €/dia}}$$

d) curt termini: demanda condicionada del factor L:

$$f(L,\underline{K}) = Y \Leftrightarrow L^{1/3}\cdot\underbrace{\underline{K}^{1/3}}_{=1} = Y \Leftrightarrow L = \frac{Y^3}{\underline{K}} \Leftrightarrow L^c_{c\text{-}t}(Y) = Y^3$$

funcions de cost:

$$\underline{CCT(Y)} = w\cdot L_{c\text{-}t}(Y) + r\underline{K} = 25\cdot Y^3 + 100\cdot 1 = \underbrace{25Y^3}_{=CV(Y)} + \underbrace{100}_{=CF(Y)}$$

$$\Rightarrow \underline{CMiCT(Y)} = \frac{CCT(Y)}{Y} = \frac{25Y^3+100}{Y} = \underbrace{25Y^2}_{=CVMi(Y)} + \underbrace{\frac{100}{Y}}_{=CFMi(Y)}$$

$$\Rightarrow \underline{CMCT(Y)} = \frac{dCCT(Y)}{dY} = \frac{d(25Y^3+100)}{dY} = \underline{75\cdot Y^2}$$

Al nivell òptim de producció, $Y^*_{c\text{-}t} = 2$, el cost marginal és:

$$\underline{CMCT(Y^*_{c\text{-}t})} = 75\cdot 2^2 = 75\cdot 4 = \underline{300} = \underline{p}.$$

(L'empresa competitiva produeix fins al punt on el cost marginal és igual al preu).

e) llarg termini: demandes condicionades dels factors:

$$\begin{cases} RTS = -\frac{w}{r} \\ f(L,K) = Y \end{cases} \quad \begin{cases} -\frac{K}{L} = -\frac{25}{100} \\ L^{1/3}K^{1/3} = Y \end{cases} \quad \begin{cases} 4K = L \\ L = \frac{Y^3}{K} \end{cases} \quad 4K = \frac{Y^3}{K} \leftrightarrow K^2 = \frac{Y^3}{4}$$

$$\leftrightarrow \underline{K^c(Y) = \frac{Y^{3/2}}{2}}$$

$$\rightarrow \underline{L^c(Y)} = 4 \cdot K^c(Y) = 4 \cdot \frac{Y^{3/2}}{2} = \underline{2Y^{3/2}}$$

funcions de cost:

$$\underline{\underline{C(Y)}} = w \cdot L^c(Y) + r \cdot K^c(Y) = 25 \cdot 2Y^{3/2} + 100 \cdot \frac{Y^{3/2}}{2} =$$

$$= 50\,Y^{3/2} + 50\,Y^{3/2} = \underline{\underline{100\,Y^{3/2}}}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{CMi(Y)}} = \frac{C(Y)}{Y} = \frac{100\,Y^{3/2}}{Y} = \underline{\underline{100\,Y^{1/2}}}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{CM(Y)}} = \frac{dC(Y)}{dY} = \frac{d(100\,Y^{3/2})}{dY} = \frac{3}{2} \cdot 100\,Y^{(\frac{3}{2}-1)} = \underline{\underline{150\,Y^{1/2}}}$$

En el nivell òptim de producció, $Y^* = 4$, el cost marginal és:

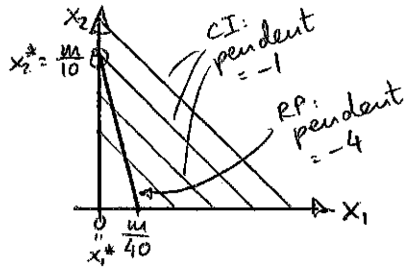
$$\underline{\underline{CM(Y^*)}} = 150 \cdot 4^{1/2} = 150 \cdot 2 = \underline{\underline{300}} = \underline{\underline{p}}$$

(També en el llarg termini, l'empresa competitiva produirà fins al punt on el cost marginal és igual al preu).

$\boxed{2-}$ $p_1 = 40$, $p_2 = 10$, m. <u>RP:</u> $40x_1 + 10x_2 = m \Leftrightarrow \underline{x_2 = \frac{m}{10} - 4x_1}$

a) $u(x_1, x_2) = x_1 + x_2 \longrightarrow RMS = -\frac{1}{1} = -1$.

(La $|RMS|$ no és decreixent $\Leftrightarrow$ les corbes d'indiferència no són estrictament convexes. $\Leftrightarrow$ la solució no serà un punt de tangència)



$|RMS| < \frac{p_1}{p_2}$
$(1 < 4)$.

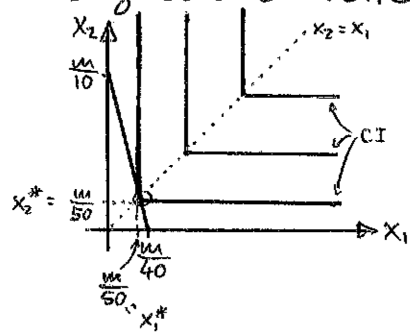
$\Rightarrow$ solució cantonada:

$$\underline{\underline{x_1(m) = 0}}$$

$$\underline{\underline{x_2(m) = \frac{m}{10}}}.$$

b) $u(x_1, x_2) = \min\{x_1, x_2\} \longrightarrow RMS = \begin{cases} -\infty & \text{si } x_2 \geq x_1 \\ 0 & \text{si } x_2 \leq x_1. \end{cases}$

(Un altre cop, les CI no són estrictament convexes. La solució no serà un punt de tangència, sinó el punt sobre la RP on tinguem el vèrtex d'una CI)



$\begin{cases} x_2 = x_1 \\ x_2 = \frac{m}{10} - 4x_1 \end{cases} \Rightarrow x_1 = \frac{m}{10} - 4x_1 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 5x_1 = \frac{m}{10} \Longleftrightarrow \underline{\underline{x_1(m) = \frac{m}{50}}}$

$\Rightarrow x_2 = x_1 \Rightarrow \underline{\underline{x_2(m) = \frac{m}{50}}}$

c) $u(x_1, x_2) = x_1 x_2 \longrightarrow RMS = -\frac{x_2}{x_1}$

$\begin{cases} RMS = -\frac{p_1}{p_2} \\ p_1x_1 + p_2x_2 = m \end{cases} \begin{cases} -\frac{x_2}{x_1} = -\frac{40}{10} \\ 40x_1 + 10x_2 = m \end{cases} \begin{cases} x_2 = 4x_1 \\ x_2 = \frac{m}{10} - 4x_1 \end{cases} \begin{cases} 4x_1 = \frac{m}{10} - 4x_1 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 8x_1 = \frac{m}{10} \Leftrightarrow \underline{\underline{x_1(m) = \frac{m}{80}}} \end{cases}$

$\Rightarrow x_2 = 4x_1 \Rightarrow \underline{\underline{x_2(m) = \frac{m}{20}}}$

d) $u(x_1, x_2) = \frac{x_1 x_2}{x_1 + x_2} \longrightarrow RMS = -\left(\frac{x_2}{x_1}\right)^2$

$\begin{cases} RMS = -\frac{p_1}{p_2} \\ p_1x_1 + p_2x_2 = m \end{cases} \begin{cases} -\left(\frac{x_2}{x_1}\right)^2 = -4 \\ 40x_1 + 10x_2 = m \end{cases} \begin{cases} x_2 = 2x_1 \\ x_2 = \frac{m}{10} - 4x_1 \end{cases} \begin{cases} 2x_1 = \frac{m}{10} - 4x_1 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 6x_1 = \frac{m}{10} \Longleftrightarrow \underline{\underline{x_1(m) = \frac{m}{60}}} \end{cases}$

$\Rightarrow x_2 = 2x_1 \Rightarrow \underline{\underline{x_2(m) = \frac{m}{30}}}$

e) $u(x_1, x_2) = 8 \ln x_1 + x_2 \longrightarrow RMS = -\frac{8}{x_1}$

$\begin{cases} RMS = -\frac{p_1}{p_2} \\ p_1x_1 + p_2x_2 = m \end{cases} \begin{cases} -\frac{8}{x_1} = -4 \to 2 = x_1 \\ x_2 = \frac{m}{10} - 4x_1 \to x_2 = \frac{m}{10} - 8 \end{cases} \Rightarrow x_1(m) = \begin{cases} 2 & \text{si } m \geq 80 \\ \frac{m}{40} & \text{si } 0 \leq m \leq 80. \end{cases}$

$\Rightarrow x_2(m) = \begin{cases} \frac{m}{10} - 8 & \text{si } m \geq 80 \\ 0 & \text{si } 0 \leq m \leq 80 \end{cases}$

(Recordeu que amb una funció d'utilitat quasilineal, la quantitat òptima desitjada del bé 1 queda determinada únicament per la condició de tangència, i per tant no depèn de la renda. Ara bé, aquesta quantitat costarà uns diners comprar-la (en aquest cas, $p_1 \cdot 2 = 40 \cdot 2 = 80$), i si la renda és inferior a aquest nivell, l'individu només podrà comprar fins on li arribi la seva renda (o sigui, $\frac{m}{p_1} = \frac{m}{40}$) Fins a 80 €, tota la renda anirà destinada a comprar bé 1, i a partir de 80 € tota la renda addicional es dedicarà a comprar unitats del bé 2.

→ Repasseu l'exercici 2 de la llista 3 per més detall.

f) $u(x_1, x_2) = x_1^{4/5} x_2^{1/5} \longrightarrow RMS = -\frac{4x_2}{x_1}$.

$$\begin{cases} -\frac{4x_2}{x_1} = -\frac{40}{10} \\ 40x_1 + 10x_2 = m \end{cases} \quad \begin{cases} x_2 = x_1 \\ x_2 = \frac{m}{10} - 4x_1 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 = \frac{m}{10} - 4x_1 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 5x_1 = \frac{m}{10} \Leftrightarrow \underline{\underline{x_1(m) = \frac{m}{50}}} \end{cases}$$

$$x_2 = x_1 \longrightarrow \underline{\underline{x_2(m) = \frac{m}{50}}}$$

g) $u(x_1, x_2) = x_1^{1/2} x_2^{1/2} \longrightarrow RMS = -\frac{x_2}{x_1}$.

Aquesta és una transformació monotònica de la funció d'utilitat de l'apartat (c): $x_1^{1/2} x_2^{1/2} = (x_1 x_2)^{1/2}$.
Per tant, ambdues representen les mateixes preferències i la solució és la mateixa: $\underline{\underline{x_1(m) = \frac{m}{80}}}$, $\underline{\underline{x_2(m) = \frac{m}{20}}}$