

Microeconomia Avançada I
Xavier Martínez-Giralt
Curs 20010-2011
Takehome 3

1. Considerem una economia d'intercanvi amb dos consumidors (A,B) i dos bens (x,y) en la que les funcions d'utilitat són:

$$U_A = x_A y_A, \quad U_B = x_B y_B.$$

Les dotacions inicials de bens són,

$$\begin{aligned} \bar{x}_A &= 90, & \bar{x}_B &= 30 \\ \bar{y}_A &= 35, & \bar{y}_B &= 25. \end{aligned}$$

Siguin P_x i P_y els preus dels bens x i y respectivament. Obtenir l'assignació walrasiana d'equilibri (utilitzeu la normalització $P_y = 1$).

2. Considerem una economia d'intercanvi amb dos consumidors (A,B) i dos bens (x,y) en la que les funcions d'utilitat són:

$$U_A(x_A, y_A) = x_A^3 y_A, \quad U_B(x_B, y_B) = x_B y_B,$$

i la dotació agregada és $\bar{w} = (16, 16)$.

- (a) Determinar si les següents assignacions són Pareto-òptimas:

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad (x_A, y_A) &= (8, 4), & (x_B, y_B) &= (8, 12); \\ \text{(ii)} \quad (x_A, y_A) &= (12, 8), & (x_B, y_B) &= (4, 8); \end{aligned}$$

- (b) En cada cas dir si l'assignació és una assignació d'equilibri quan les dotacions inicials dels agents són (respectivament)

$$(\bar{x}_A, \bar{y}_A) = (0, 16), \quad (\bar{x}_B, \bar{y}_B) = (16, 0).$$

En cas afirmatiu calcular els preus d'equilibri (P_x, P_y) .

ATENCIÓ: Enviar les solucions en format .pdf a xavier.martinez.giralt@uab.cat, abans del dia 1 de desembre de 2010.

Solució Takehome 3

1. Oferta de be $x = \bar{x}_A + \bar{x}_B = 120$.

Oferta de be $y = \bar{y}_A + \bar{y}_B = 60$.

Condicions d'equilibri:

$$x_A^* + x_B^* = 120 = \bar{x}_A + \bar{x}_B$$

$$y_A^* + y_B^* = 60 = \bar{y}_A + \bar{y}_B$$

Normalització: $P_y = 1$

Restriccions pressupostàries:

$$\text{Consumidor A : } P_x x_A + y_A = 90P_x + 35$$

$$\text{Consumidor B : } P_x x_B + y_B = 30P_x + 25$$

Problema del consumidor A:

$$\max_{x_A, y_A} x_A y_A \text{ s.a } P_x x_A + y_A = 90P_x + 35$$

Condicions de primer ordre:

$$\frac{\partial U_A}{\partial x_A} = 0 \implies \lambda_A = y_A \frac{1}{P_x} \quad (1)$$

$$\frac{\partial U_A}{\partial y_A} = 0 \implies \lambda_A = x_A \quad (2)$$

$$\frac{\partial U_A}{\partial \lambda_A} = 0 \implies 90P_x + 35 - P_x x_A - y_A = 0 \quad (3)$$

Combinant (1) i (2) obtenim

$$\lambda_A = x_A = \frac{y_A}{P_x} \quad (4)$$

Substituint (4) a (3) obtenim

$$90P_x + 35 - P_x \frac{y_A}{P_x} - y_A = 0$$

Per tant, la demanda de be y per part del consumidor A és

$$y_A = 45P_x + \frac{35}{2} \quad (5)$$

Substituint (5) a (4) obtenim

$$x_A = 45P_x + \frac{35}{2} \frac{1}{P_x}$$

Per tant, la demanda de be x per part del consumidor A és

$$x_A = 45 + \frac{35}{2P_x} \quad (6)$$

Problema del consumidor B:

$$\max_{x_B, y_B} x_B y_B \text{ s.a } P_x x_B + y_B = 30P_x + 25$$

Demandes del consumidor B

$$y_B = 15P_x + \frac{25}{2} \quad (7)$$

$$x_B = 15 + \frac{25}{2P_x} \quad (8)$$

Equilibri:

$$y_A + y_B = 60p_X + 30$$

$$\bar{y}_A + \bar{y}_B = 60.$$

Per tant, la solució de $60P_x + 30 = 60$ determinarà el preu d'equilibri del be x :

$$P_x = \frac{1}{2} \quad (9)$$

Substituint (9) a (5), (6), (7) i (8) obtenim

$$x_A^* = 80 \quad y_A^* = 40$$

$$x_B^* = 40 \quad y_B^* = 20$$

2. (a) Optimalitat de Pareto

$$RMS_A = \frac{\frac{\partial U_A}{\partial x_A}}{\frac{\partial U_A}{\partial y_A}} = \frac{3y_A}{x_A}$$

$$RMS_B = \frac{\frac{\partial U_B}{\partial x_B}}{\frac{\partial U_B}{\partial y_B}} = \frac{y_B}{x_B}$$

Assignació (i):

$$RMS_A = \frac{3}{2}$$
$$RMS_B = \frac{3}{2}$$

Per tant l'assignació (i) és Pareto-òptima.

Assignació (ii):

$$RMS_A = 2$$
$$RMS_B = 2$$

Per tant l'assignació (ii) és Pareto-òptima.

(b) Equilibri Walrasian **Assignació factible:**

$$P_x x_j + P_y y_j = P_x \bar{x}_j + P_y \bar{y}_j, \quad j = A, B$$

Assignació walrasiana:

$$RMS_A = RMS_B = \frac{P_x}{P_y}$$

Assignació (i), consumidor A:

$$RMS_A = \frac{3}{2} = \frac{P_x}{P_y} \rightarrow P_x = 3, \quad P_y = 2$$
$$P_x x_A + P_y y_A = (3)(8) + (2)(4) = 32$$
$$P_x \bar{x}_j + P_y \bar{y}_j = (3)(0) + (2)(16) = 32$$

Per a el consumidor 2, apliquem la LLei de Walras.

En conseqüència, l'assignació (i) es pot implementar com equilibri walrasian amb un sistema de preus $(P_x, P_y) = (3, 2)$.

Assignació (ii), consumidor A:

$$RMS_A = 2 = \frac{P_x}{P_y} \rightarrow P_x = 2, \quad P_y = 1$$
$$P_x x_A + P_y y_A = (2)(12) + (1)(8) = 32$$
$$P_x \bar{x}_j + P_y \bar{y}_j = (2)(0) + (1)(16) = 16$$

Per tant, l'assignació (ii) no és implementable com equilibri walrasian.