

Macroeconomía I, UAB
Examen Final (Soluciones)
29 de Enero, 2010

Profesores: Sekyu Choi, Stefano Gnocchi y Jose Suarez-Lledó

Contesta las siguientes preguntas en el ESPACIO ASIGNADO.

PREGUNTA 1. (20 puntos).

a. Considera la función de producción $Y = AK^\alpha L^{1-\alpha}$. Expresa la tasa de crecimiento de la productividad del trabajo, $\frac{Y}{L}$, como función de las tasas de crecimiento de la tecnología y del capital por trabajador. (4 puntos)

La productividad del trabajo es

$$\begin{aligned}\frac{Y}{L} &= \frac{AK^\alpha L^{1-\alpha}}{L} \\ &= A \left(\frac{K}{L}\right)^\alpha\end{aligned}$$

Por lo que la tasa de crecimiento de $\frac{Y}{L}$ (la definimos como $g_{\frac{Y}{L}}$) es:

$$g_{\frac{Y}{L}} = g_A + \alpha g_{\frac{K}{L}}$$

b. Se observa que los tipos de interés tienden a subir cuando aumentan las compras del estado. ¿Cómo lo explicarías? (4 puntos)

De la contabilidad nacional, sabemos que

$$I = Y - C - G$$

Si aumentan las compras del estado, disminuye el ahorro nacional ($Y - C - G$), por lo que la inversión debe disminuir para mantener el equilibrio en el mercado de fondos prestables. Dado que la inversión es una función negativa de la tasa de interés real ($I = I(r)$), esta última debe subir cuando aumenta G .

c. Si el IPC está creciendo a una tasa mayor que la del deflactor del PIB. ¿Cuál podría ser la causa? (4 puntos)

Dos razones:

El IPC considera bienes importados; El deflactor del PIB, no.

El IPC considera una canasta fija de bienes para su cálculo, mientras que el deflactor del PIB considera una canasta que cambia con el tiempo.

d. El cociente entre las reservas y los depósitos es igual a 0.1 y el cociente entre el efectivo y los depósitos es 0.6. Sabiendo que la base monetaria crece al 2%, ¿Cuál es la tasa de crecimiento de la oferta monetaria? (4 puntos)

La base monetaria es igual a

$$M = \left(\frac{1 + \frac{C}{D}}{\frac{C}{D} + \frac{R}{D}} \right) B$$
$$M = mB$$

Por lo que la tasa de crecimiento de M es $g_M = g_m + g_B = 0 + 2\%$.

e. Considera las funciones de producción $Y = AK^\alpha$ y $Y = AK$. En el modelo de Solow ¿Cuál de las dos implica una mayor tasa de crecimiento del producto per capita en estado estacionario? ¿Por qué? (4 puntos)

Con la primera función de producción, NO hay crecimiento de la economía en el estado estacionario (no hay ni crecimiento de la población ni crecimiento de la tecnología).

Con la segunda función de producción, estamos en el caso del modelo "AK", es decir, una función de producción que no tiene rendimientos decrecientes al factor capital. En estado estacionario, el crecimiento de la economía viene dado por:

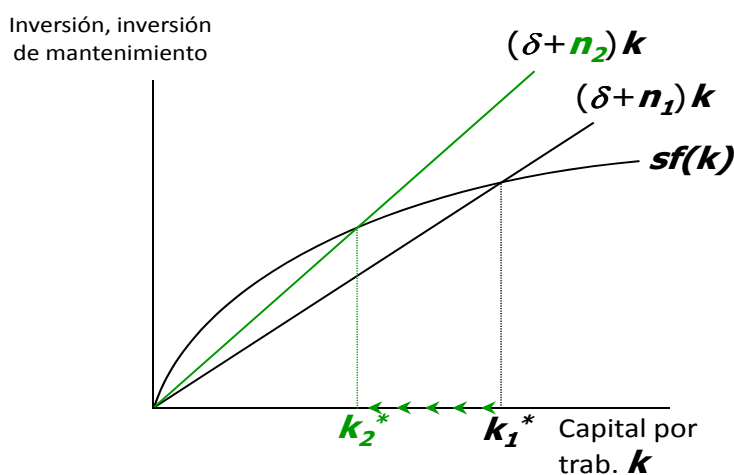
$$g_Y = sA - \delta$$

Si $sA - \delta > 0$ hay crecimiento perpetuo, si $sA - \delta < 0$ hay decrecimiento y si $sA - \delta = 0$, estamos en el mismo caso anterior (cero crecimiento en estado estacionario).

PREGUNTA 2. (40 puntos) Supongamos que la economía de un pequeño país africano está descrita por el modelo de Solow con crecimiento de población pero sin crecimiento tecnológico. Supongamos que la economía se encuentra en su estado estacionario. Una nueva medicina para el SIDA sale al mercado y consigue reducir la mortalidad, por tanto incrementando la tasa de crecimiento de la población.

a. Explica con un gráfico los efectos de este cambio. ¿Qué ocurre con el stock de capital per capita en el nuevo estado estacionario? (5 puntos)

Esto se ve en la siguiente figura:



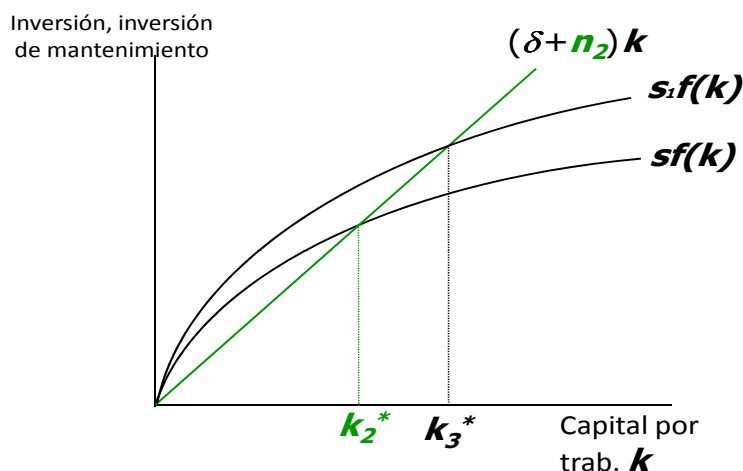
La economía pasa de una tasa de crecimiento de la población n_1 a una tasa de crecimiento mayor, n_2 . Como se ve en la figura, el capital de estado estacionario disminuye (de k^*_1 a k^*_2).

b. ¿Qué ocurre con la tasa de crecimiento del PIB per capita? ¿Aumenta, se reduce, o se queda igual? (Considera tanto lo que pasa en el nuevo estado estacionario como en la transición a ese nuevo equilibrio). (10 puntos)

En ambos estados estacionarios, el crecimiento del PIB per cápita es CERO. En la transición, el PIB per cápita disminuye (crecimiento negativo) dado que la economía está desacumulando capital per capita.

c. En respuesta a la mayor longevidad, la gente de ese país decide ahorrar más, lo cual incrementa la tasa de ahorro agregada. Explica, usando gráficos, cómo afecta esto al PIB per capita y al stock de capital per capita (recuerda que la situación inicial ahora es el nuevo estado estacionario alcanzado en el apartado anterior). Dibuja gráficos temporales que muestren la evolución tanto del capital per capita como del logaritmo de la renta total, desde la situación inicial en el primer apartado a hasta el equilibrio final alcanzado en el último de los apartados, c. (15 puntos)

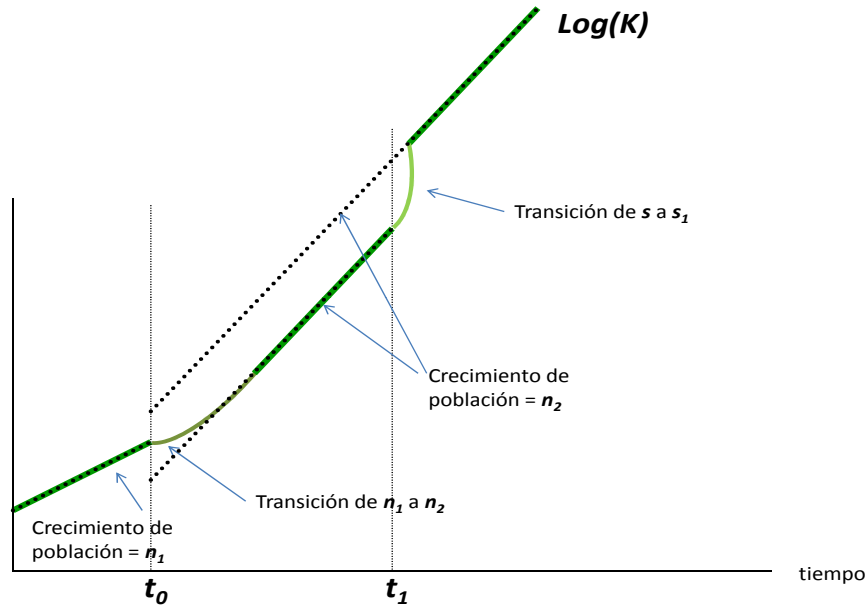
El aumento de la tasa de ahorro hace que la inversión total de la economía aumente, lo que representamos como un desplazamiento hacia arriba de la curva $sf(k)$



Nuestro punto inicial era k_2^* , el estado estacionario de la pregunta anterior. El aumento en la tasa de ahorro (de s a s_1) conlleva un mayor PIB per cápita y un mayor capital por trabajador en el nuevo estado estacionario, k_3^* .

Por su parte, la evolución del logaritmo del capital total se muestra abajo en la siguiente figura (la evolución del PIB total es similar, por lo que se omite):

Esta figura muestra cómo crece el capital total en la economía, antes de t_0 (el momento en que se introduce la vacuna contra el SIDA) entre t_0 y t_1 y después de t_1 , donde t_1 es el momento en que las tasas de ahorro aumentan.



En el momento t_0 , la tasa de crecimiento de la población sube de n_1 a n_2 , lo que se representa como el quiebre en la pendiente de la línea punteada.

Antes de t_0 , tanto el capital total como el PIB total crecen a tasa n_1 . En t_0 el capital total se ajusta lentamente a una nueva tasa de crecimiento (en la figura, se representa como la línea verde durante la transición de n_1 a n_2).

Durante la transición, el capital total está creciendo a menor tasa que la población, por lo que el capital por persona CAE lentamente (consistente con el análisis en el apartado (a)). Después de un tiempo, llegamos al nuevo estado estacionario, donde el capital total empieza a crecer a tasa n_2 . La línea verde, representando el capital total, se ubica en paralelo y por debajo de la línea punteada. Esto es porque en el apartado (a) concluimos que el capital por trabajador de este nuevo estado estacionario es MENOR al inicial, es decir, el capital total y la población crecen a la misma tasa pero el nivel del capital total (línea verde) va por debajo del nivel de la población (línea punteada), por lo que el cociente entre ambas variables es menor al que había antes.

En t_1 , aumentan las tasa de ahorro. Sabemos que cambios en la tasa de ahorro no llevan a cambios en las tasas de crecimiento a largo plazo, por lo que no hay otro quiebre de la tendencia subyacente n_2 . Lo que sí ocurre, es un ajuste en el corto plazo del capital total (transición de s a s_1), donde el capital crece a una tasa mayor que n_2 en el corto plazo, en respuesta a las mayores tasas de ahorro. También sabemos que el capital por trabajador será mayor en el nuevo estado estacionario (k^*_3) por

lo que la línea verde se ubica paralela pero por sobre la línea punteada anterior.

d. ¿Ha llevado este incremento en la tasa de ahorro a un aumento en la tasa de crecimiento? Explica tu respuesta. (10 puntos)

El incremento en la tasa de ahorro sólo aumenta el crecimiento de la economía en el corto plazo (en la figura anterior, durante la transición de s a s_1). En el estado estacionario, la economía en su todo crece a la tasa n_2 , mientras que las variables per cápita (PIB y capital) se mantienen con crecimiento CERO en los estados estacionarios.

PREGUNTA 3. (40 puntos) Baumolandia es un pequeño país situado en la región comunitaria de Friedmankiw. En Baumolandia, todos los habitantes deben decidir si trabajan o se dedican a producir conocimientos nuevos. Sea "u" la fracción de tiempo que los habitantes de este país dedican a producir conocimientos y "1 - u" la fracción de tiempo dedicada a producir bienes y servicios. La función de producción agregada (Y) está dada por

$$Y_t = (1 - u)H_t$$

mientras que la producción de nuevos conocimientos (H) está dada por

$$H_{t+1} = 15uH_t$$

Por otra parte, como buen miembro de la comunidad de Friedmankiw, este país siempre se encuentra en el equilibrio monetario, es decir

$$\frac{M_t^s}{P_t} = L_t^d = \left(\frac{Y_t}{i_t}\right)^{0,5}$$

donde M_t^s es la oferta monetaria (administrada por el banco central de Baumolandia), P_t es el nivel de precios, L_t^d es la demanda real por dinero e i_t es la tasa nominal de interés (todas las variables en el período t). Recuerda que si $F = \frac{x^\alpha}{y^\beta}$, entonces $g_F = \alpha g_x - \beta g_y$ donde g_z es la tasa de crecimiento de la variable "z".

a. Si $u = \frac{1}{10}$, calcula la tasa de crecimiento de largo plazo de los conocimientos y del PIB en Baumolandia. (5 puntos)

Tasa de crecimiento de los conocimientos:

$$\begin{aligned} g_H &= \frac{H_{t+1} - H_t}{H_t} = \frac{15uH_t - H_t}{H_t} \\ &= \frac{15u - 1}{1} \\ &= 15\left(\frac{1}{10}\right) - 1 \\ \Rightarrow g_H &= 0,5 \end{aligned}$$

Tasa de crecimiento del PIB:

$$\begin{aligned}g_Y &= \frac{Y_{t+1} - Y_t}{Y_t} = \frac{(1-u)H_{t+1} - (1-u)H_t}{(1-u)H_t} \\g_Y &= \frac{H_{t+1} - H_t}{H_t} \\g_Y &= g_H \\ \Rightarrow g_Y &= 0,5\end{aligned}$$

Es decir, los conocimientos y el PIB crecen a la misma tasa (50 por ciento).

b. Calcula la velocidad del dinero de equilibrio. ¿Es constante? (10 puntos)

Usando la ecuación cuantitativa $M_t V_t = P_t Y_t$, obtenemos que la velocidad de circulación del dinero es igual a

$$V_t = \frac{P_t Y_t}{M_t}$$

Por otra parte, sabemos que en equilibrio

$$\frac{M_t}{P_t} = \left(\frac{Y_t}{i_t}\right)^{0,5} \Rightarrow M_t = P_t \left(\frac{Y_t}{i_t}\right)^{0,5}$$

utilizando esta última expresión, podemos calcular el valor de la velocidad:

$$\begin{aligned}V_t &= \frac{P_t Y_t}{M_t} \\ \Rightarrow V_t &= \frac{P_t Y_t}{P_t \left(\frac{Y_t}{i_t}\right)^{0,5}} \\ \Rightarrow V_t &= (i_t Y_t)^{0,5}\end{aligned}$$

Por lo tanto, la velocidad NO es constante.

c. En Baumolandia la tasa de interés real ha sido constante e igual a cero por muchos años. Dada la respuesta en la parte a, calcula la tasa de crecimiento de la oferta monetaria que logra que la inflación de largo plazo sea cero. (15 puntos)

Del equilibrio en el mercado de dinero, sabemos que

$$\frac{M_t}{P_t} = \left(\frac{Y_t}{i_t}\right)^{0,5}$$

Por lo tanto, en términos de crecimiento porcentual,

$$g_M - \pi = 0,5g_Y$$

donde π es la tasa de crecimiento de los precios, es decir, la inflación. Esta última ecuación viene dada porque la tasa de interés nominal es igual a la inflación más la tasa de interés real, la cual supusimos era igual a cero.

Lo que buscamos ahora es que π en la ecuación anterior sea igual a cero:

$$\pi = 0 \Rightarrow g_M = 0,5g_Y$$

Dado que el PIB crece al 50 por ciento, $g_M = 0,5 \cdot 0,5 = 0,25$. Por lo tanto, la oferta de dinero debe crecer al 25 por ciento para que la inflación de largo plazo sea igual a cero.

d. ¿Cómo se ve afectada la respuesta anterior si aumenta la proporción de tiempo dedicada a trabajar en Baumolandia? y si aumenta la eficiencia del sector universitario? (10 puntos)

Si aumenta la proporción de tiempo dedicada a trabajar en Baumolandia (u), el crecimiento en el largo plazo se reduce (mirar el apartado a). Por lo tanto, siguiendo la lógica del apartado (c), el crecimiento de la oferta de dinero debería ser menor a 25 por ciento.

Si aumenta la eficiencia del sector universitario (representado por el valor de 15 en la función de producción de conocimientos), la tasa de crecimiento del PIB en el largo plazo sería mayor a 50 por ciento y la tasa de crecimiento del dinero debería ser mayor que en el apartado (c).