La elección del consumidor

27 de octubre de 2011

3.1

Una elección óptima (x_1, x_2) debe cumplir la condición $RMS(x_1, x_2) = -\frac{p_1}{p_2}$. La RMS es el cociente de las derivadas de la función de utilidad, entonces tenemos que:

$$-\frac{\partial u(x_1, x_2)/\partial x_1}{\partial u(x_1, x_2)/\partial x_2} = -\frac{p_1}{p_2} \Rightarrow \frac{\partial u(x_1, x_2)/\partial x_1}{\partial u(x_1, x_2)/\partial x_2} = \frac{p_1}{p_2}$$

Si la función de utilidad es $u(x_1, x_2) = x_1 x_2 + x_1$, entonces :

$$\frac{x_2 + 1}{x_1} = \frac{p_1}{p_2}$$

Sustituyendo la combinación de consumo $(6, 2)$ tenemos:

$$\frac{2+1}{6} = \frac{p_1}{p_2} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{p_1}{p_2} \Longrightarrow p_2 = 2p_1$$

Sustituimos en la restricción presupuestaria que también debe cumplir la elección óptima:

$$6p_1 + 2(2p_1) = 100 \Rightarrow 10p_1 = 100$$

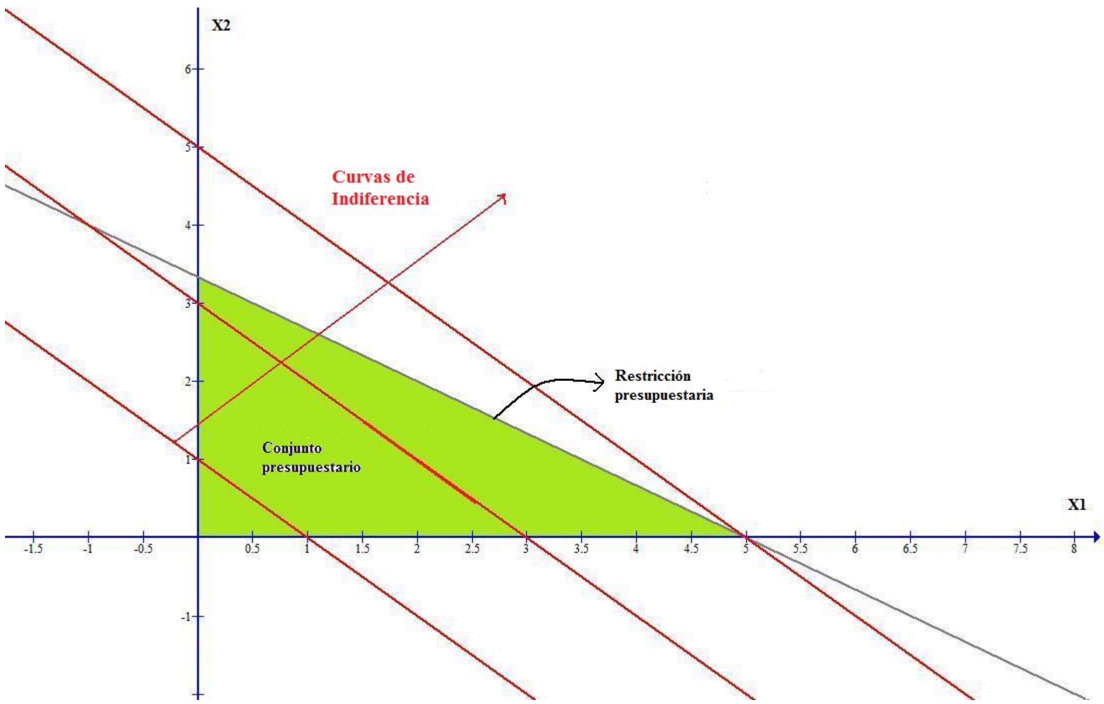
$$\begin{cases} p_1 = 10 \\ p_2 = 20 \end{cases}$$

3.2

1.

Conjunto presupuestario: $2x_1 + 3x_2 \leqq 10$

Recta presupuestaria: $2x_1 + 3x_2 = 10$



2.

La utilidad del consumidor es $u(x_1, x_2) = x_1 + x_2$, fija-os que le aporta la misma utilidad el bien 1 que el bien 2 es decir que los dos bienes son sustitutos perfectos (la relación marginal de sustitución es -1). No obstante el precio de los bienes 1 y 2 no son los mismos, el bien 1 cuesta 2 unidades monetarias mientras que el precio del bien 2 es de 3 unidades monetarias. Eso explica porqué en términos de sus preferencias la elección óptima sea $(5, 0)$.

La cesta$(5, 3)$ no puede ser óptima por qué se encuentra fuera del conjunto presupuestario, el consumidor no tiene suficiente dinero para acceder a esta cesta de consumo.

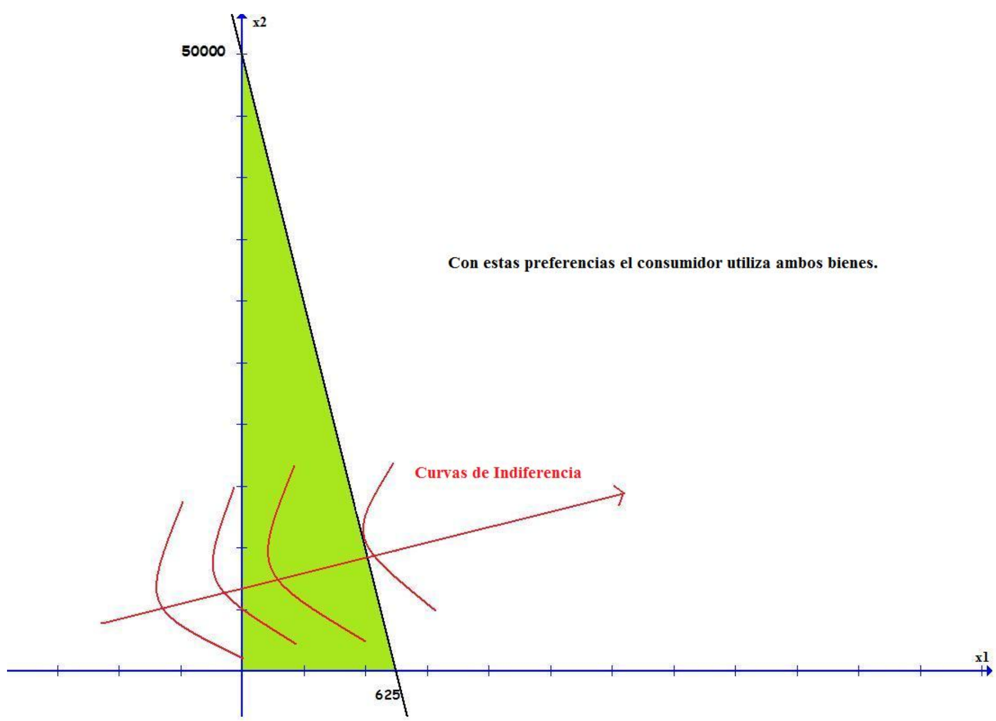
La cesta $(2, 2)$ no es óptima ya que la utilidad del consumidor con esta cesta $(u(x_1, x_2) = 2 + 2 = 4)$ es inferior a la cesta óptima $(5, 0)$ donde la utilidad es de 5.

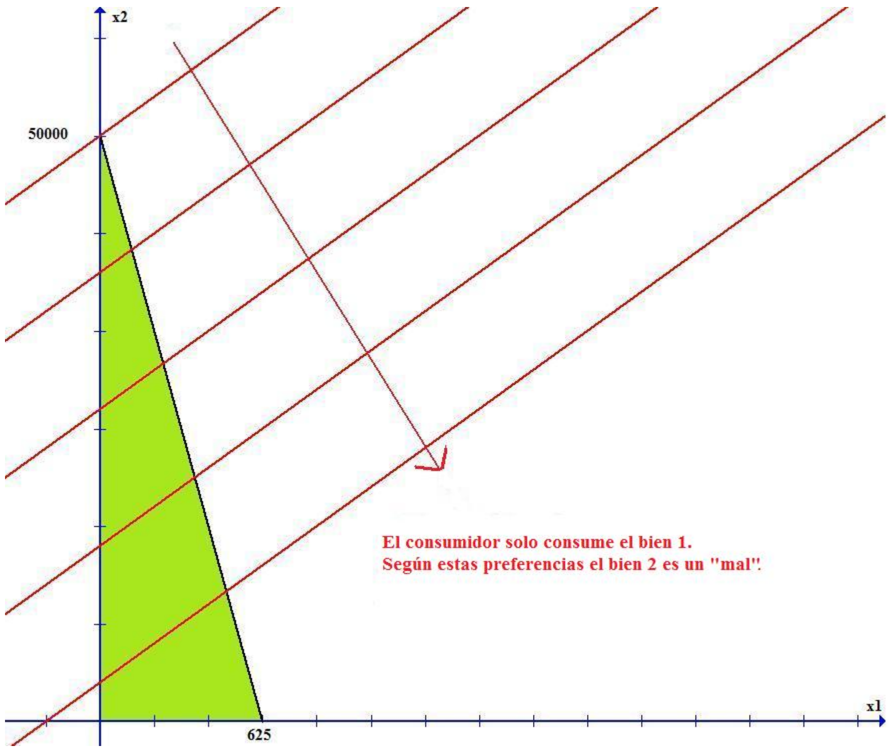
3.

Si los precios fueran $(5, 5)$, la pendiente de la recta presupuestaria y la RMS serian las mismas (-1), entonces cualquier punto de la recta presupuestaria sería un punto óptimo.

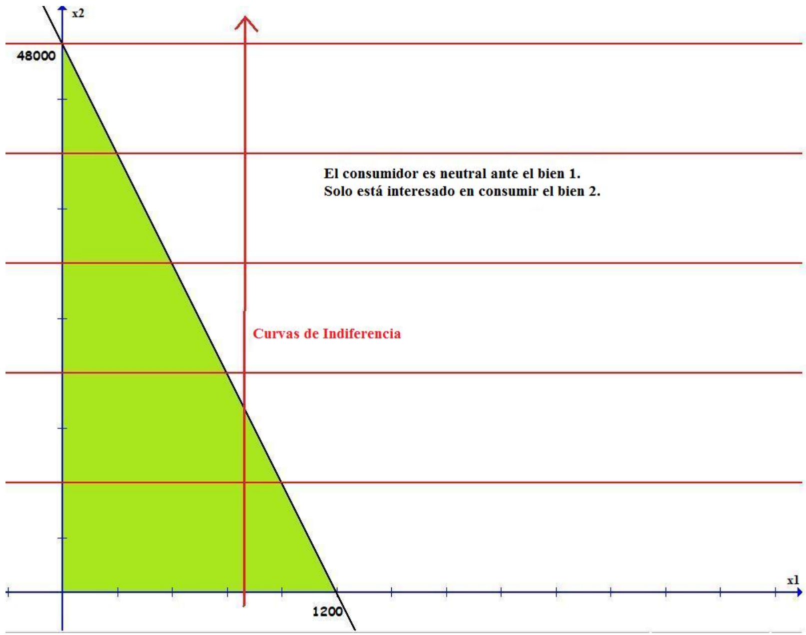
3.3

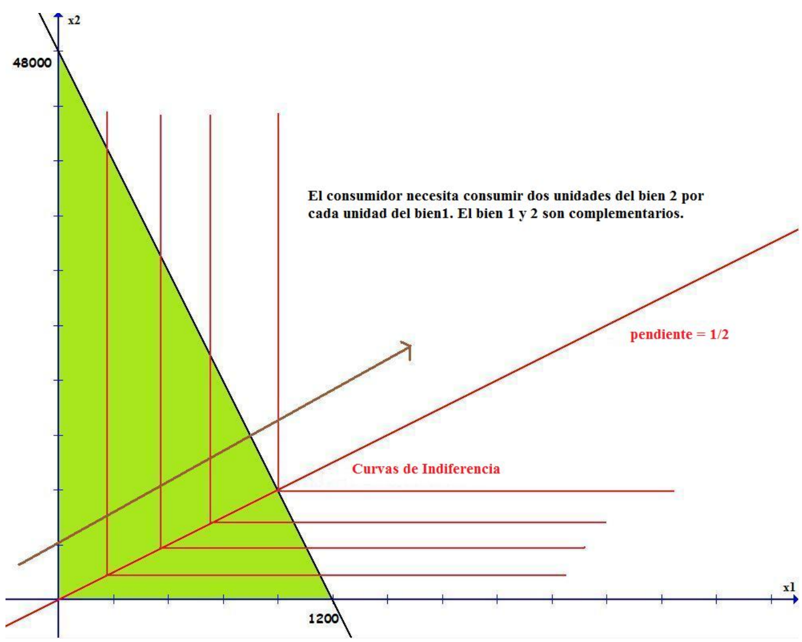
1. Si sólo está disponible el sistema de tarjetas, nuestro conjunto presupuestario será : $80\,x_1 + x_2 \leq 50000$.




x2
50000
x1
625
El consumidor solo consume el bien 1.
Según estas preferencias el bien 2 es un "mal".

2. Si el único sistema disponible es el de cuotas, nuestro conjunto presupuestario será: $40x_1 + x_2 = 48000$.





3.

- Con la primera opción; $80\,x_1 + x_2 \leq 50000$, por cada unidad de x_1 se podría comprar 80 unidades de x_2. Entonces:

  Si $\alpha < 80 \Rightarrow x_1^* = 0 \; y \; x_2^* = 50000 \Rightarrow u(x_1^*, x_2^*) = 50000$

  Si $\alpha = 80$, el consumo óptimo será cualquier punto de la recta presupuestaria $\Rightarrow u(x_1^*, x_2^*) = 50000$

  Si $\alpha > 80 \Rightarrow x_1^* = 625 \; y \; x_2^* = 0 \Rightarrow u(x_1^*, x_2^*) = 625\alpha$

- Con la primera opción; $40\,x_1 + x_2 \leq 48000$, por cada unidad de x_1 se podría comprar 40 unidades de x_2. Entonces:

  Si $\alpha < 40 \Rightarrow x_1^* = 0 \; y \; x_2^* = 48000 \Rightarrow u(x_1^*, x_2^*) = 48000$

  Si $\alpha = 40$, el consumo óptimo será cualquier punto de la recta presupuestaria $\Rightarrow u(x_1^*, x_2^*) = 48000$

  Si $\alpha > 40 \Rightarrow x_1^* = 1200 \; y \; x_2^* = 0 \Rightarrow u(x_1^*, x_2^*) = 1200\alpha$

- Entonces:

  Si $\alpha \leq 40$:

  Elige 1º opción: $x_1^* = 0$, $x_2^* = 50000 \Rightarrow u(x_1^*, x_2^*) = 50000$

  Si $40 < \alpha \leq \frac{50000}{1200}$:

  Elige 1º opción: $x_1^* = 0$, $x_2^* = 50000 \Rightarrow u(x_1^*, x_2^*) = 50000$

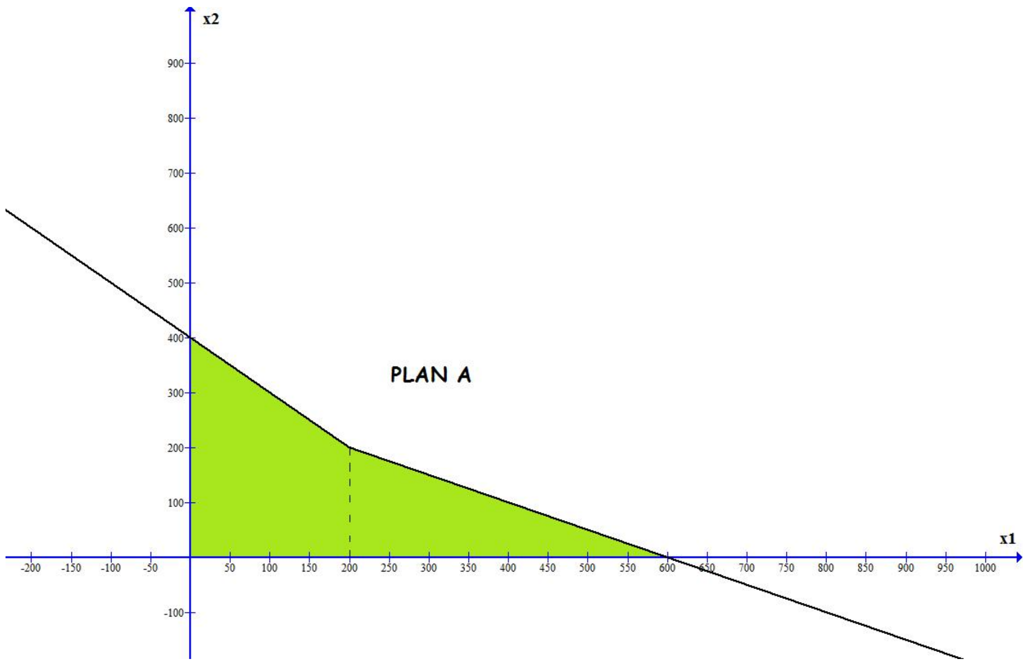
  Si $\alpha < \frac{50000}{1200}$:

  Elige 2º opción: $x_1^* = 1200$, $x_2^* = 0 \Rightarrow u(x_1^*, x_2^*) = 1200\alpha$

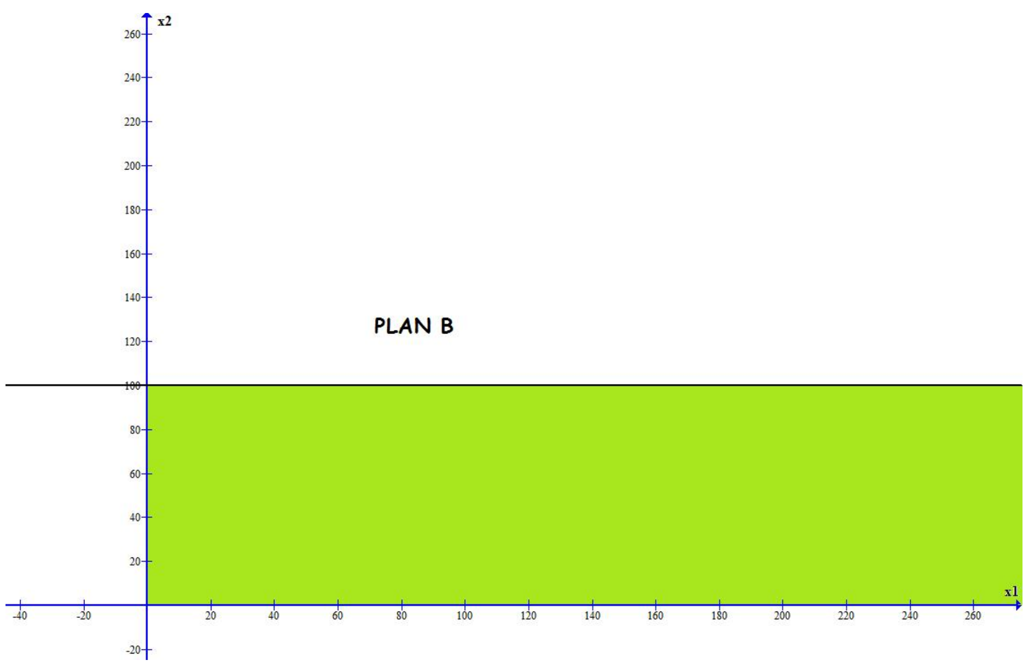
3.4

1.Conjunto presupuestario Plan A:

$$\begin{cases} 20x_1 + 20x_2 \leq 8000, & si\, x_1 \leq 200 \\ (20 \cdot 200) + 10(x_1 - 200) + 20x_2 \leq 8000, & si\, x_1 > 200 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 20x_1 + 20x_2 \leq 8000, & si\, x_1 \leq 200 \\ 10x_1 + 20x_2 \leq 6000, & si\, x_1 > 200 \end{cases}$$



Conjunto presupuestario Plan B: $20x_2 \leq 2000$.



2. Si sus preferencias fuesen del tipo $u(x_1, x_2) = x_1 x_2$, el consumidor escogería el plan B ya que no tiene ninguna limitación en el consumo del bien 1 y por lo tanto podría obtener una utilidad infinita.

3.
$$u(x_1, x_2) = min\left\{x_1,\, \frac{1}{2}x_2\right\}$$

En el óptimo ya sabemos que:

$$x_1 = \frac{1}{2}x_2 \Rightarrow x_2^* = 2x_1^*$$

Bajo el plan A:

- 1^{er} tramo: $20x_1 + 20x_2 = 8000$
$$x_1^* = \frac{400}{3},\, x_2^* = \frac{800}{3}$$
$$u(\frac{400}{3}, \frac{800}{3}) = min\left\{\frac{400}{3}, \frac{800}{3}\right\} = \frac{400}{3}$$

- 2^{ndo}tramo: $10x_1 + 20x_2 = 6000$
$$x_1 = 120\ x_2 = 240 \Rightarrow pero\ \underbrace{120 < 240!}_{contradicción!}$$

Bajo el plan B:

$$6000 + 20x_2 = 8000 \Rightarrow x_2^* = 100$$

$$x_2 = 2x_1 \Rightarrow x_1^* = 50$$

$$u(50, 100) = min\,\{50, 100\} = 50$$

Entonces:

$$Como\ \frac{400}{3} > 50, eligirá\, el\, plan\, A!$$

3.5

1.
$$\underset{x_1,x_2}{Max} \qquad x_1^{1/4}x_2^{3/4}$$

$$s.a.\ 100x_1 + 2500x_2 \leq 40000$$

$$\mathcal{L}(x_1, x_2, \lambda) = x_1^{1/4}x_2^{3/4} - \lambda(100x_1 + 2500x_2 - 40000)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial x_1} = 0 \Rightarrow \frac{1}{4}x_1^{-3/4}x_2^{3/4} - 100\lambda = 0 \\ \\ \frac{\partial L}{\partial x_2} = 0 \Rightarrow \frac{3}{4}x_1^{1/4}x_2^{-1/4} - 2500\lambda = 0 \\ \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \Rightarrow 100x_1 + 2500x_2 - 40000 = 0 \end{cases}$$

Dividimos la primera ecuación por la segunda:

$$\frac{1/4x_1^{-3/4}x_2^{3/4}}{3/4x_1^{1/4}x_2^{-1/4}} = \frac{100\lambda}{2500\lambda}$$

$$\frac{x_2}{3x_1} = \frac{100}{2500}$$

$$\frac{x_2}{x_1} = \frac{300}{2500}$$

$$x_1 = \frac{25}{3}x_2$$

Sustituimos $x_1$en le restricción presupuestaria y encontramos x_2:

$$100(\frac{25}{3}x_2) + 2500x_2 - 40000 = 0$$

$$100(\frac{25}{3}x_2) + \frac{7500}{3}x_2 - \frac{120000}{3} = 0$$

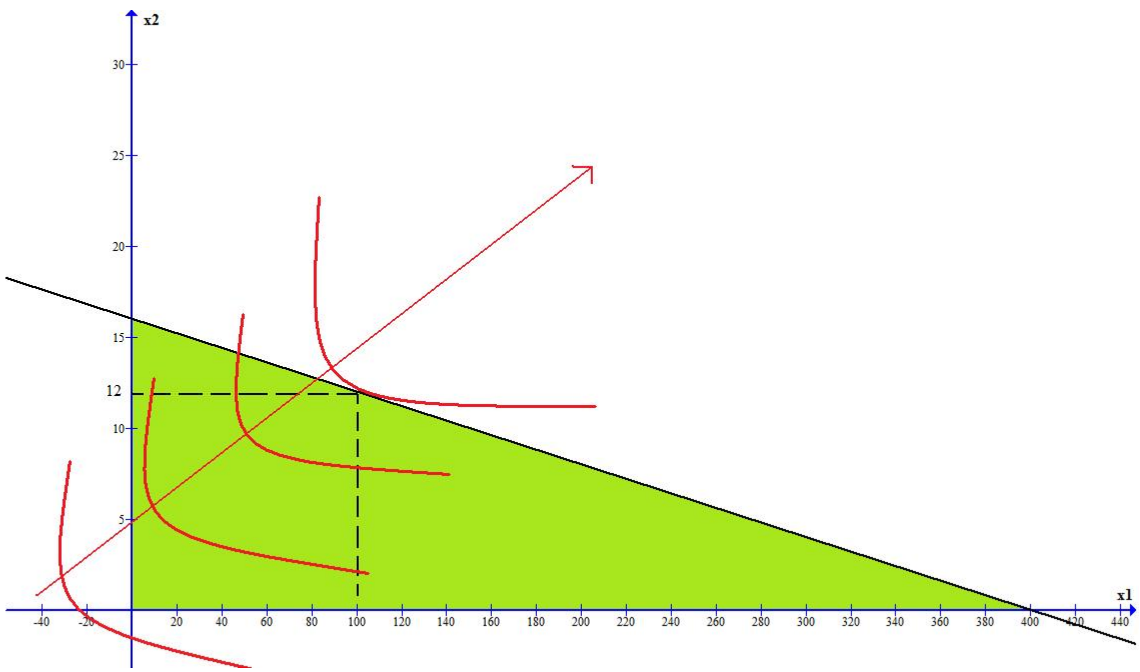
$$2500x_2 + 7500x_2 = 120000$$

$$x_2 = 12$$

El consumo óptimo será:

$$\begin{cases} x_1^{opt} = 100 \\ x_2^{opt} = 12 \end{cases}$$

Representación gráfica:



2.

$$\underset{x_1,x_2}{Max} \qquad x_1^{1/4} x_2^{3/4}$$

$$s.a.\, 100x_1 + 2250x_2 \leq 39900$$

$$\mathcal{L}(x_1, x_2, \lambda) = x_1^{1/4} x_2^{3/4} - \lambda(100x_1 + 2250x_2 - 39900)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial x_1} = 0 \Rightarrow \frac{1}{4}x_1^{-3/4}x_2^{3/4} - 100\lambda = 0 \\ \\ \frac{\partial L}{\partial x_2} = 0 \Rightarrow \frac{3}{4}x_1^{1/4}x_2^{-1/4} - 2250\lambda = 0 \\ \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \Rightarrow 100x_1 + 2250x_2 - 39900 = 0 \end{cases}$$

Dividimos la primera ecuación por la segunda:

$$\frac{1/4 x_1^{-3/4}x_2^{3/4}}{3/4 x_1^{1/4}x_2^{-1/4}} = \frac{100\lambda}{2250\lambda}$$

$$\frac{x_2}{3x_1} = \frac{100}{2250}$$

$$\frac{x_2}{x_1} = \frac{300}{2250} = \frac{2}{15}$$

$$x_1 = \frac{15}{2}x_2$$

Sustituimos x_1 en le restricción presupuestaria y encontramos x_2:

$$100(\frac{15}{2}x_2) + 2250x_2 - 39900 = 0$$

$$750x_2 + 2250x_2 - 39900 = 0$$

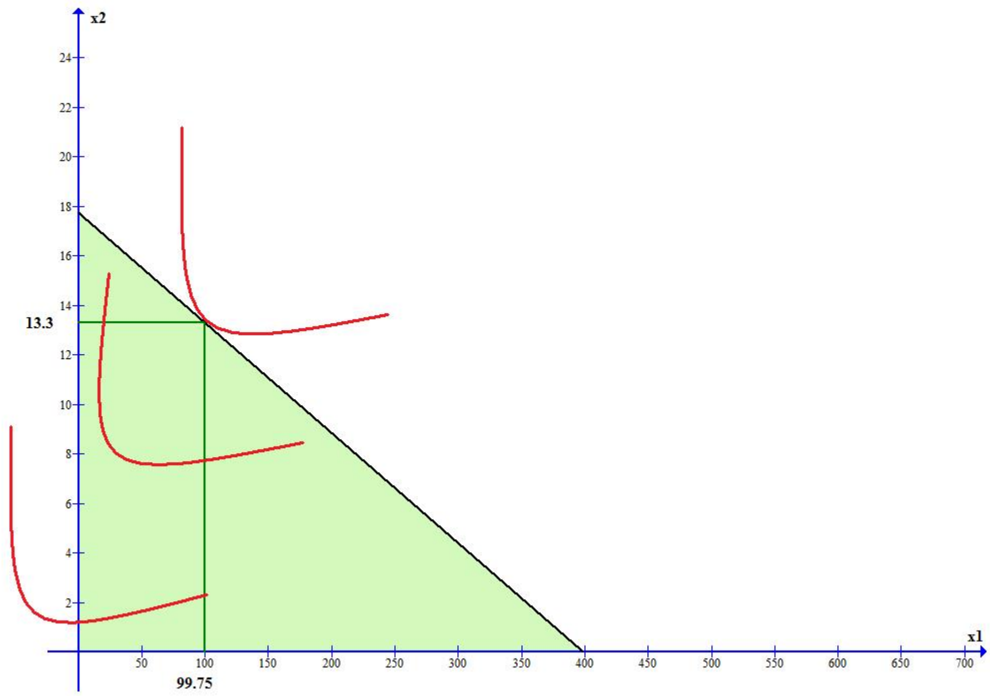
$$x_2 = \frac{39900}{3000}$$

$$x_2 = 13{,}3$$

El consumo óptimo será:

$$\begin{cases} x_1^{opt'} = 99{,}75 \\ x_2^{opt'} = 13{,}3 \end{cases}$$

Representación gráfica:



3.Tenemos que analizar donde el consumo óptimo produce más utilidad.

$$u(x_1^{opt}, x_2^{opt}) = 100^{1/4} \cdot 12^{3/4} \simeq 20{,}38$$

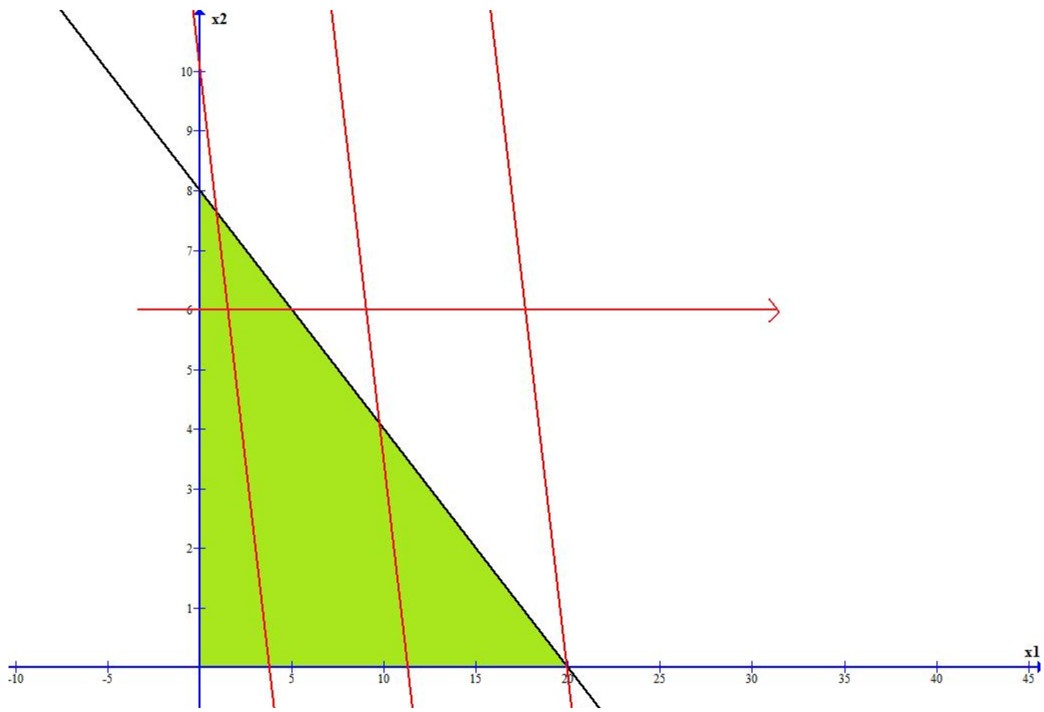
$$u(x_1^{opt'}, x_2^{opt'}) = 99{,}75^{1/4} \cdot 13{,}3^{3/4} \simeq 22$$

$$u(x_1^{opt'}, x_2^{opt'}) > u(x_1^{opt}, x_2^{opt})$$

Sí, se hará socia de la cooperativa.

3.6

1. La recta presupuestaria es: $2x_1 + 5x_2 = 40$. En este caso la RMS es $-\frac{8}{3}$ mientras que la pendiente de la restricción presupuestaria es $-\frac{2}{5}$. La cesta óptima será $(20, 0)$ y está en la recta presupuestaria: $2(20) + 5(0) = 40$.



2.

$$RMS(x_1,\, x_2) = -\frac{p_1}{p_2}$$

$$-\frac{\frac{1}{2}x_1 x_2^{-1/2} \cdot x_2}{\frac{1}{2}x_1 x_2^{-1/2} \cdot x_1} = -\frac{2}{5}$$

$$2x_1 = 5x_2$$

$$x_1 = \frac{5}{2}x_2$$

Sustituimos en la restricción presupuestaria:

$$2(\frac{5}{2}x_2) + 5x_2 = 40$$

$$x_2 = 4$$

La cesta óptima es $(10, 4)$ y está en la restricción presupuestaria:

$$2(10) + 5(4) = 40$$

3.
La condición de óptimo son:

$$\begin{cases} x_1 = 3x_2 \\ 2x_1 + 5x_2 = 40 \end{cases}$$

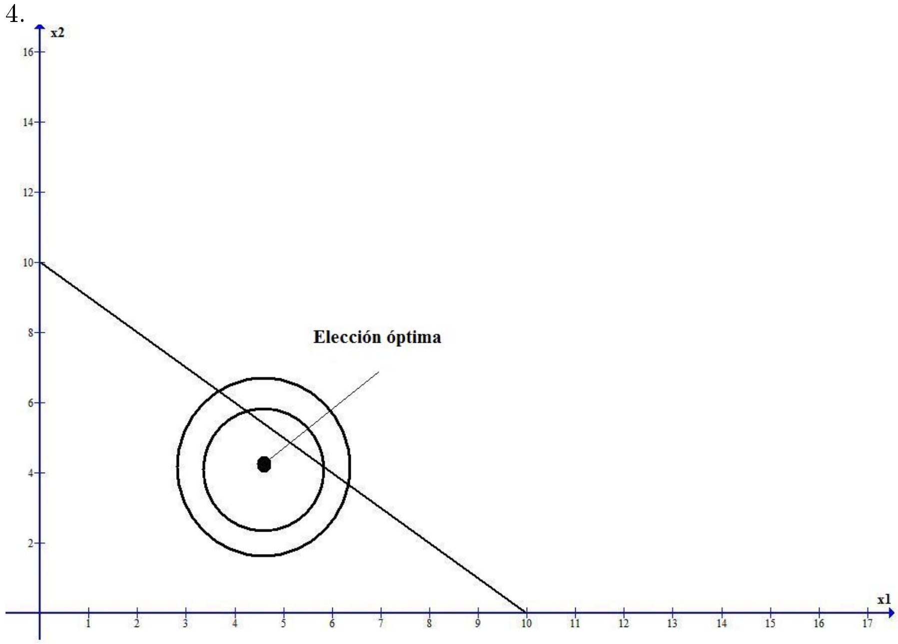
$$\begin{cases} x_1 = 3x_2 \\ 2(3x_2) + 5x_2 = 40 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = {}^{120}/_{11} \\ x_2 = {}^{40}/_{11} \end{cases}$$

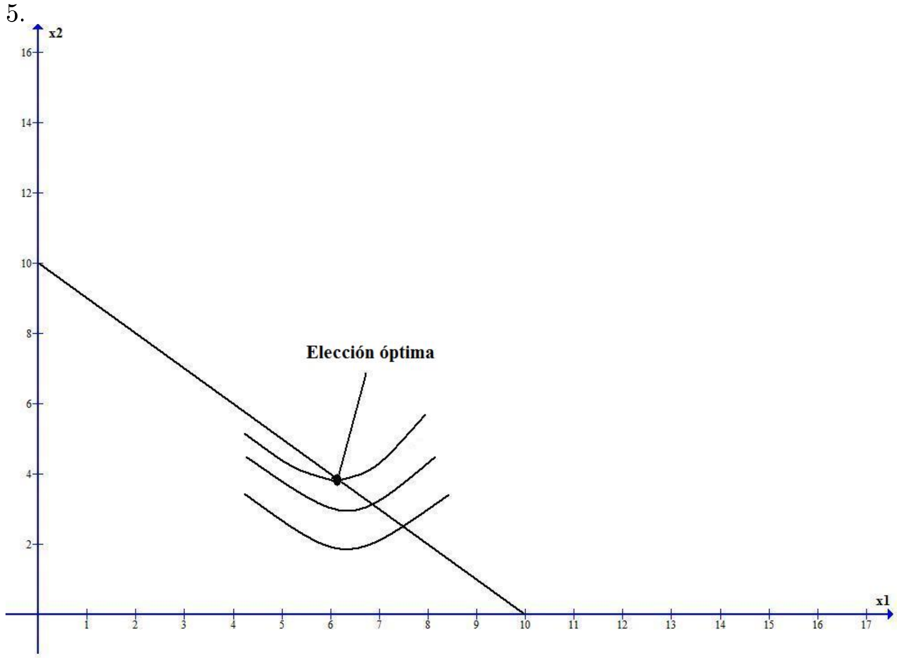
La cesta óptima es $({}^{120}/_{11}, {}^{40}/_{11})$ y está en la restricción presupuestaria:

$$2({}^{120}/_{11}) + 5({}^{40}/_{11}) = 40$$

4.


x2
16
14
12
10
8
6
4
2
Elección óptima
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
x1

5.


x2
16
14
12
10
8
6
4
2
Elección óptima
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
x1