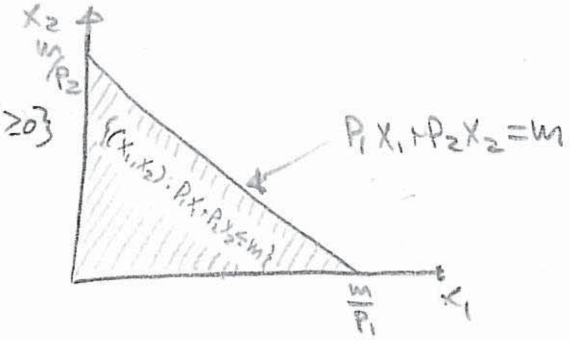
2.1 Conjunto Presupuestario

$\{(x_1, x_2) : p_1 x_1 + p_2 x_2 \leq m \ ; x_1 \geq 0 \ ; x_2 \geq 0\}$



Recta Presupuestaria

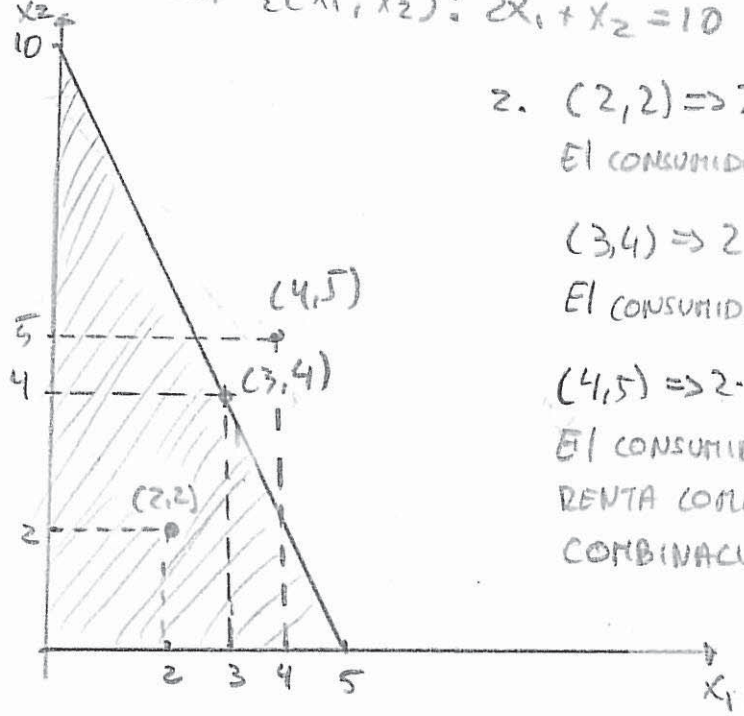
$p_1 x_1 + p_2 x_2 = m \ ; x_1, x_2 \geq 0$

¡La recta presupuestaria forma parte del conjunto presupuestario!

2.2

1. Conjunto Presupuestario $\{(x_1, x_2) : 2x_1 + x_2 \leq 10 \ ; x_1 \geq 0 \ ; x_2 \geq 0\}$

Recta Presupuestaria $\{(x_1, x_2) : 2x_1 + x_2 = 10 \ ; x_1, x_2 \geq 0$



2. $(2,2) \Rightarrow 2 \cdot 2 + 1 \cdot 2 = 5 < 10 = m$

El consumidor gasta menos que su renta

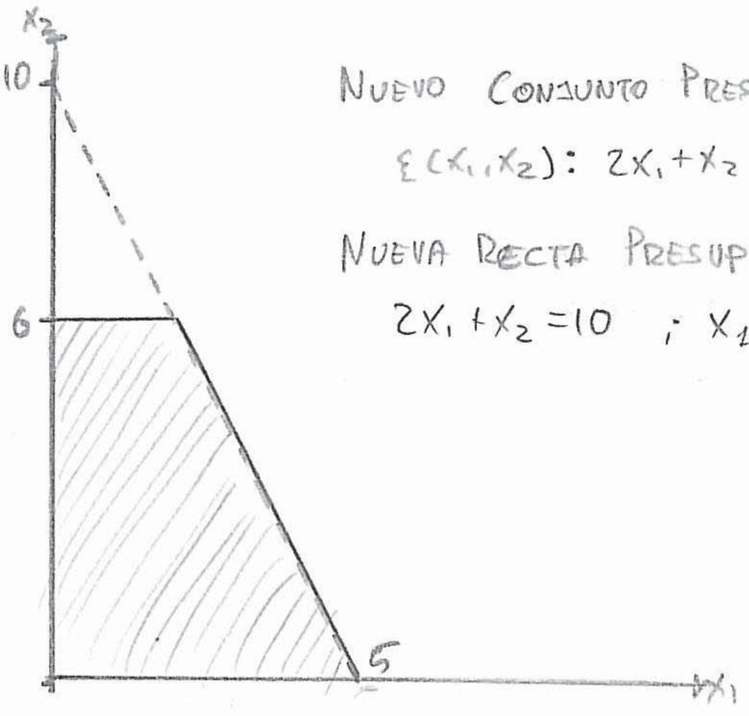
$(3,4) \Rightarrow 2 \cdot 3 + 1 \cdot 4 = 10 = m$

El consumidor agota su renta

$(4,5) \Rightarrow 2 \cdot 4 + 1 \cdot 5 = 13 > m$

El consumidor no tiene suficiente renta como para consumir esta combinación

3.



Nuevo Conjunto Presupuestario

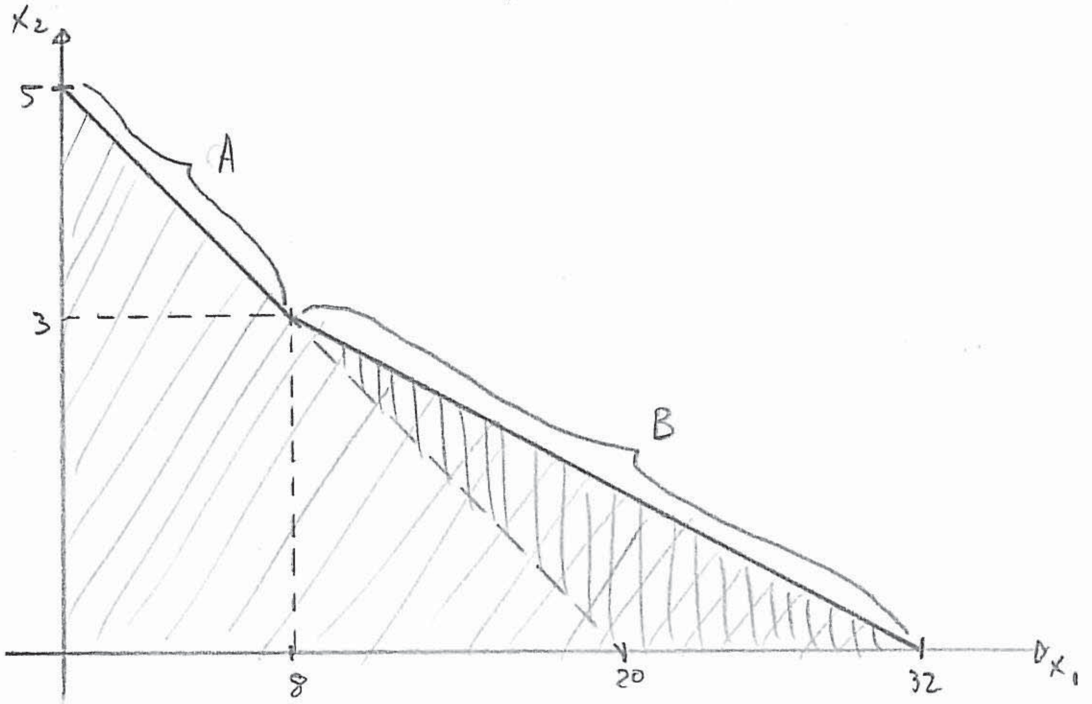
$\{(x_1, x_2) : 2x_1 + x_2 \leq 10$ y $x_2 \leq 6 \ ; x_1, x_2 \geq 0\}$

Nueva Recta Presupuestaria

$2x_1 + x_2 = 10 \ ; x_1 \geq 0 \ x_2 \in [0, 6]$

2.3

1. $P_1 \begin{cases} 2 \text{ si } x_1 \leq 8 \\ 1 \text{ si } x_1 > 8 \end{cases}$ $\quad P_2 = 8 \quad m = 40$



LA RECTA PRESUPUESTARIA SE PUEDE DIVIDIR EN DOS TRAMOS

A: $\underline{2x_1 + 8x_2 = 40 \quad \text{si } x_1 \in [0,8],\ x_2 \geq 3}$ $\Rightarrow$ Pte $= -\frac{2}{8} = -\frac{1}{4}$

¿CÓMO CALCULAR LA PENDIENTE?

$\Delta x_1 P_1 + \Delta x_2 P_2 = 0 \Rightarrow \Delta x_1 P_1 = -\Delta x_2 P_2 \Rightarrow -\frac{P_1}{P_2} = \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1}$

Donde Δx_1 y Δx_2 simbolizan la variación de bien 1 y bien 2

B: $(x_1 - 8) + (2 \cdot 8) + 8x_2 = 40 \Rightarrow x_1 + 16 + 8x_2 = 48 \Rightarrow$

$\Rightarrow \underline{x_1 + 8x_2 = 32 \quad \text{si } x_1 > 8,\ x_2 \geq 0}$ $\Rightarrow$ Pte $= -\frac{1}{8}$

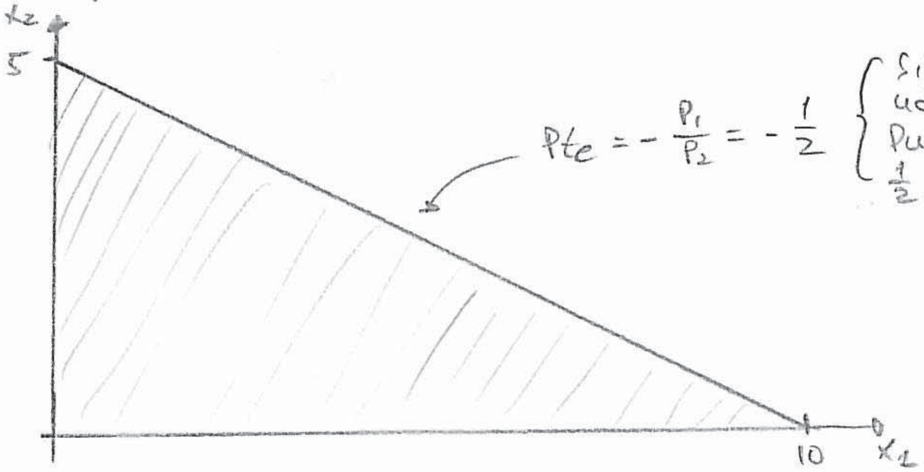
2. La subvención expande el conjunto presupuestario (en el dibujo, el área marcada ※), por lo que el consumidor tiene más donde elegir dada su renta $m = 40$.
Por tanto, el bienestar, medido a través de la función de utilidad, aumenta si consume más de 8 unidades de x_1 o se mantiene igual si consume menos de 8 unidades de x_1

2.4 $m=100 \quad P_1=10 \quad P_2=20$

1. Restricción Presupuestaria.

$P_1X_1+P_2X_2 \leq m \implies \{(X_1,X_2): 10X_1+20X_2 \leq 100 \; ; \; X_1,X_2 \geq 0\}$

Recta Presupuestaria $\quad 10X_1+20X_2=100 \quad X_1,X_2 \geq 0$



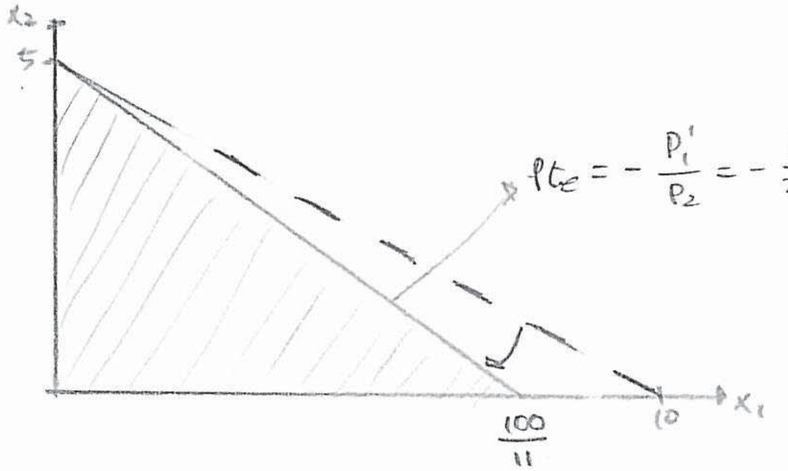
$Pte = -\frac{P_1}{P_2} = -\frac{1}{2}$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{Si consumes una} \\ \text{ud. menos de } X_1 \\ \text{Puedes consumir} \\ \frac{1}{2} \text{ uds más de } X_2 \end{array} \right.$

2. $P_1' = (1'1)P_1 = 11 \quad P_2=20 \quad m=100$

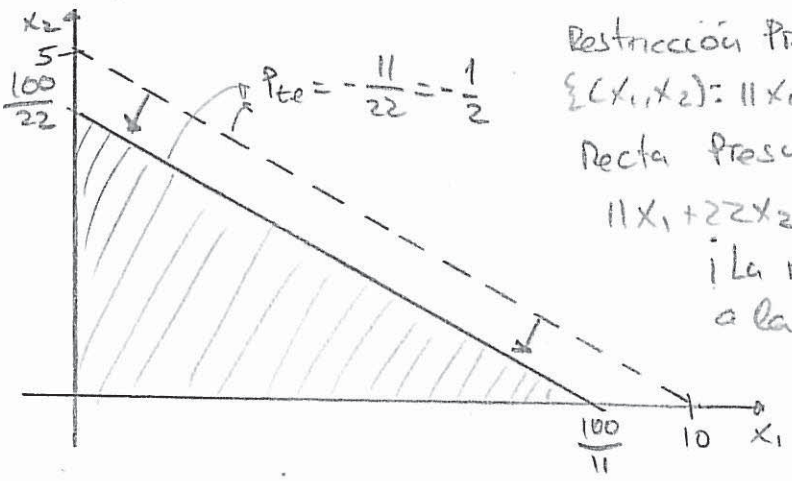
Restricción Presupuestaria

$\{(X_1,X_2): 11X_1+20X_2 \leq 100 \; ; \; X_1,X_2 \geq 0\}$

Recta Presupuestaria $\quad 11X_1+20X_2=100 \quad X_1,X_2 \geq 0$



3. $P_1' = (1'1)P_1 = 11 \quad P_2' = (1'1)P_2 = 22$



Restricción Presupuestaria

$\{(X_1,X_2): 11X_1+22X_2 \leq 100 \; ; \; X_1,X_2 \geq 0\}$

Recta Presupuestaria

$11X_1+22X_2=100 \; ; \; X_1,X_2 \geq 0$

¡La recta presupuestaria es paralela a la original! $\left(\frac{P_1'}{P_2'} = \frac{P_1}{P_2}\right)$

4. La Recta presupuestaria del apartado 3 es

$$P_1' X_1 + P_2' X_2 = (1'1 P_1)X_1 + (1'1 P_2)X_2 = 1'1(P_1X_1 + P_2X_2) = 100$$

Por tanto $P_1X_1 + P_2X_2 = \frac{100}{1'1}$

Entonces, si la nueva renta es $W' = \frac{100}{1'1}$ la restricción presupuestaria

$$\{(X_1, X_2): 10X_1 + 20X_2 \le \frac{100}{1'1}\} = \{(X_1, X_2): 11X_1 + 22X_2 \le 100\}$$

Luego ¿En cuanto tiene que variar la renta?

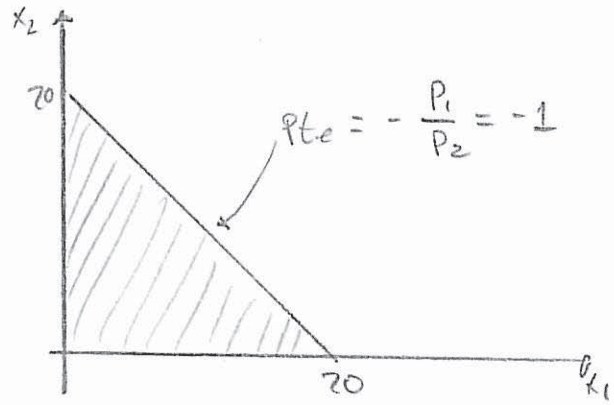
$$W' = \frac{100}{1'1} = (1+\Delta W)100 \Rightarrow 100 = (1'1 + 1'1\Delta W)100 \Rightarrow 1 = (1'1 + 1'1\Delta W)$$

$$\Rightarrow \frac{1-1'1}{1'1} = \boxed{-0.\widehat{09} = \Delta W} \Rightarrow \text{La renta debería disminuir en un } 9'09\%$$

$\boxed{2.5}$ $M = 20$ $P_1 = P_2 = 1$

1. Restricción presupuestaria

$$\{(X_1, X_2): X_1 + X_2 \le 20;\ X_1, X_2 \ge 0\}$$



2. ¿Qué cantidad máxima de X_1 está subvencionada?

$$(P_1 \times \%S)X_1 = 10 \Rightarrow (1 \times 0.4)X_1 = 10 \Rightarrow X_1 = 25$$

Entonces $P_1 = \begin{cases} P_1^S = P_1(1-\%S) = 0.6 & \forall X_1 \in [0, 25] \\ P_1 = 1 & \text{si } X_1 > 25 \end{cases}$

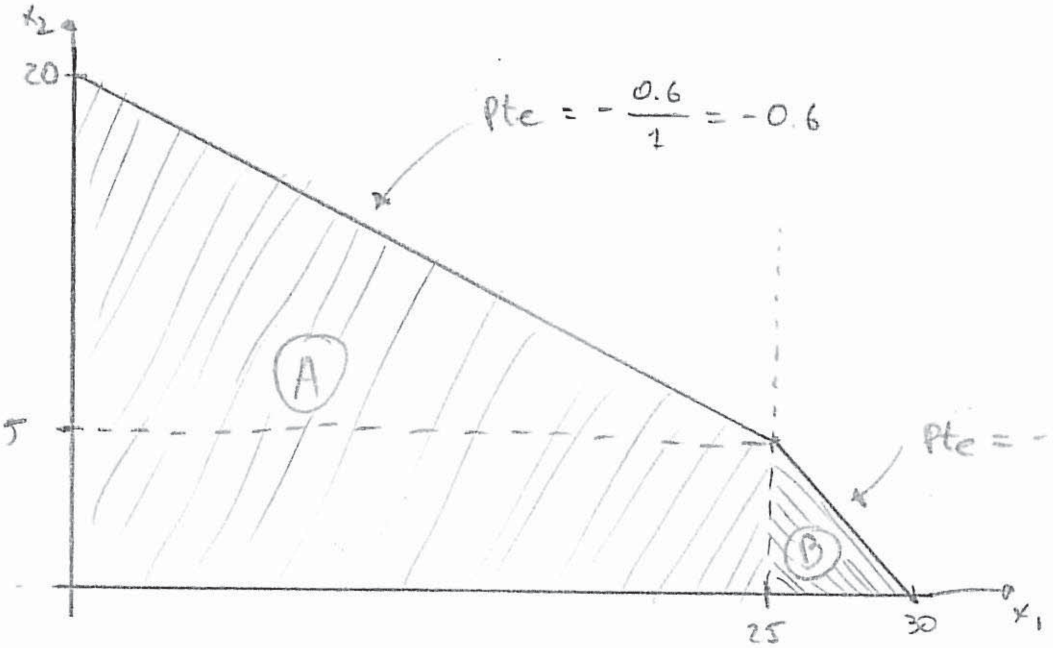
La restricción presupuestaria la expresamos en dos tramos

$$A: \{(X_1, X_2): 0.6X_1 + X_2 \le 20;\ X_1 \in [0, 25], X_2 \ge 0\}$$

$$B: \{(X_1, X_2): P_1(X_1 - 25) + P_1^S \cdot 25 + P_2X_2 \le 20; X_1 > 25\ X_2 \ge 0\} =$$

$$= \{(X_1, X_2): X_1 + X_2 \le 30, X_1 > 25;\ X_2 \ge 0\}$$

La restricción presupuestaria es la unión de dos conjuntos A y B



3. El Valor Total de la vivienda es: $VT = P_1 X_1 = X_1$

Con esta subvención, el consumidor paga $VT - Subv = X_1 - Min\{X_1, 10\}$

$$VT-S \begin{cases} 0 & si\ x_1 \in [0,10] \\ x_1 - 10 & si\ x_1 > 10 \end{cases}$$

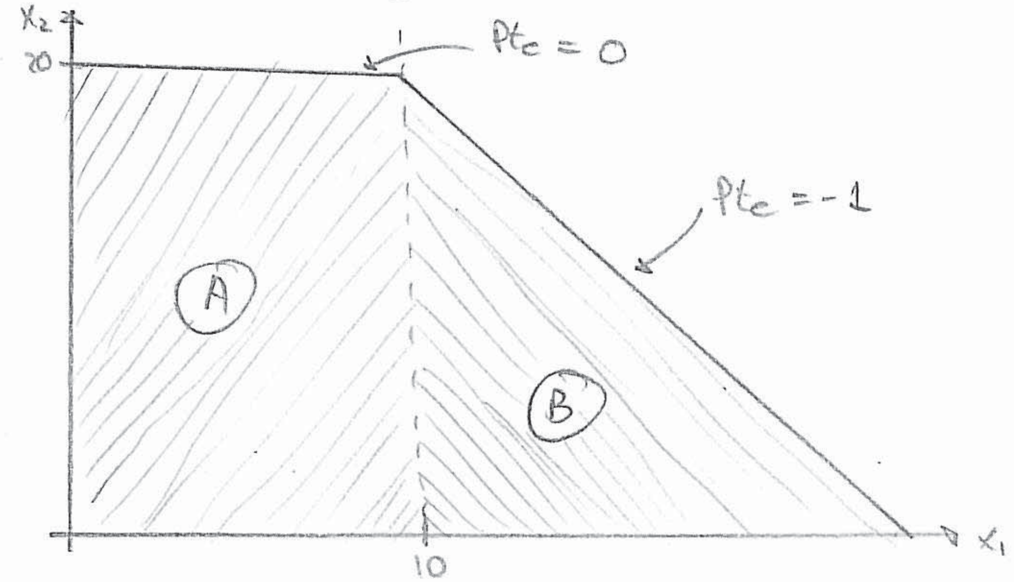
Si hallamos los precios que el consumidor paga por cada unidad de X_1 dependiendo de la cantidad $\left(\frac{VT-S}{X_1}\right)$

$$p^S \begin{cases} 0 & \forall x_1 \in [0,10] \\ 1-\frac{10}{x_1} & \forall x_1 \geq 10 \end{cases}$$

Si hallamos la restricción presupuestaria (en dos tramos)

$A: \{(x_1,x_2) : 0 + x_2 \leq 20,\ x_1 \in [0,10],\ x_2 \geq 0\}$

$B: \{(x_1,x_2) : (1-\frac{10}{x_1})x_1 + x_2 = x_1 - 10 + x_2 \leq 20,\ x_1 > 10,\ x_2 \geq 0\}$



$\boxed{7.6}$ Definición de conjunto convexo: $A \in \mathbb{R}^n$ es convexo si $\forall x, y \in A$ y $\forall \alpha \in [0,1]$:

$$z = \alpha x + (1-\alpha) y \in A$$

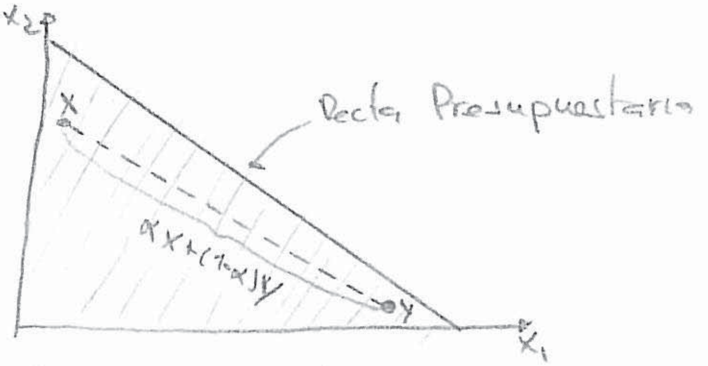
Esto significa que la combinación lineal de dos cestas de consumo de dentro del conjunto presupuestario, también está dentro del conjunto presupuestario.

El conjunto presupuestario será convexo dependiendo del comportamiento de los precios:

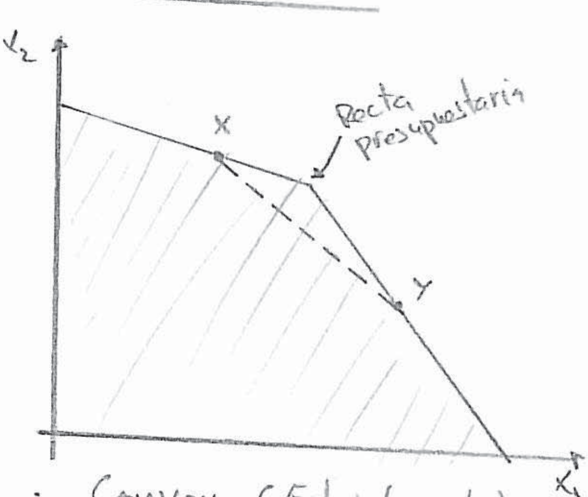
<u>Caso General</u>: P_1, P_2 son constantes. $\forall x, y \in$ Conjunto Presupuestario

$$\left.\begin{array}{l} P_1 x_1 + P_2 x_2 \leq m \\ P_1 y_1 + P_2 y_2 \leq m \end{array}\right\} \alpha (P_1 x_1 + P_2 x_2) + (1-\alpha)(P_1 y_1 + P_2 y_2) \leq \alpha m + (1-\alpha) m = m$$

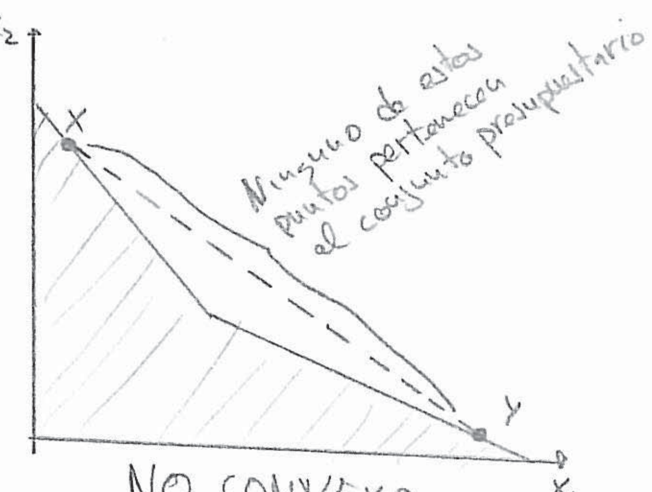
Por tanto, es convexo



<u>Casos Particulares</u>: Cuando los precios se establecen a tramos



Convexo (Estrictamente)



NO CONVEXO