

## Examen de Matemáticas para Economistas II (25030)

Profesor (grupos) [código]: Jenny De Freitas (02, 03) [e12503002, e12503003]  
Antoni Ferragut (60) [e12503060]  
Cristobal Lara (51, 52) [e12503051, e12503052]  
Jordi Massó (01, 04) [e12503001, e12503004]

Segunda convocatoria: 4 de Setiembre de 2008

**1.-** Considerar los conjuntos

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 4\}$$
$$B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y > x^3, -1 \leq x \leq 1, y \geq 1\}.$$

**1.1.-** Representarlos gráficamente. Determinar, justificando la respuesta, si son abiertos, cerrados, acotados, compactos y/o convexos.

**1.2.-** Dar un razonamiento que justifique que la función  $f : A \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x, y) = \min\{x, y\}$  tiene un máximo y un mínimo en el conjunto  $A$ .

**1.3.-** Identificar gráfica y analíticamente el máximo y el mínimo de  $f$  en el conjunto  $A$  haciendo uso de las curvas de nivel de la función  $f$ .

**2.-** Dada la función  $y = f(x_1, x_2, x_3)$ , definimos la elasticidad parcial de  $f$  con respecto a  $x_i$  como:

$$El_i(x_1, x_2, x_3) = \frac{x_i}{f(x_1, x_2, x_3)} \frac{\partial f}{\partial x_i}(x_1, x_2, x_3).$$

Sea  $f(x_1, x_2, x_3) = (a_1 x_1^d + a_2 x_2^d + a_3 x_3^d)^g$  donde  $a_1, a_2, a_3, d$  y  $g$  son constantes. Hallar  $El_1(x_1, x_2, x_3) + El_2(x_1, x_2, x_3) + El_3(x_1, x_2, x_3)$ .

**3.-** Sea  $f(x, y) = (e^{x+y} + x^2 - 1, -x^2 + y \cos x)$ .

**3.1.-** Demostrar que  $f$  admite una función inversa de clase  $\mathcal{C}^1$  en un entorno del punto  $(0, 0)$ .

**3.2.-** Calcular  $J_{f^{-1}}(0, 0)$ .

**3.3.-** Comprobar que las matrices jacobianas de  $f$  y de  $f^{-1}$  en los puntos correspondientes son inversas una de la otra.

**4.-** Sean  $f : \mathbb{R}_{++}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  y  $g : \mathbb{R}_{++}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  dos funciones definidas por  $f(x, y) = 4xy$  y  $g(x, y) = x^2 + y^2 - 8$ , en donde  $\mathbb{R}_{++}^2 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x > 0, y > 0\}$ . Obtener los extremos locales de  $f$  restringidos al conjunto  $g^{-1}(0) = \{(x, y) \in \mathbb{R}_{++}^2 \mid g(x, y) = 0\}$ . Representarlos geoméricamente y argumentar si son o no extremos globales de  $f$  restringidos a  $g^{-1}(0)$ .

Revisión de exámenes: Jenny De Freitas. Lunes 8 de setiembre de 10:30 a 12:30 (B3-144).  
Antoni Ferragut. Lunes 8 de setiembre de 10:30 a 12:00 (B3-144).  
Cristobal Lara. Martes 9 de setiembre de 16:00 a 17:30 (B3-144).  
Jordi Massó. Martes 16 de setiembre de 10:00 a 12:00 (B3-1116).