Primas de Riesgo y Preferencias de los Inversores*

Jordi Caballé

Unitat de Fonaments de l'Anàlisi Econòmica y CODE

Universitat Autònoma de Barcelona

Seminari de Finances de Barcelona

Càtedra Joan Sardà

24 de Abril de 2002

* *Dirección:* Jordi Caballé. Universitat Autònoma de Barcelona. Departament d'Economia i d'Història Econòmica. Edifici B. 08193 Bellaterra (Barcelona). Spain.
Teléfono: (34)-935.812.367. *Fax:* (34)-935.812.012. *E-mail:* Jordi.Caballe@uab.es

Resumen

En este artículo planteamos el problema de las elevadas primas de riesgo de las acciones, según se deduce de las series históricas de rentabilidades del mercado bursátil de los EE.UU. Damos una visión panorámica de los distintas soluciones propuestas por la literatura financiera para resolver este "puzzle". Hacemos especial énfasis en aquellas soluciones basadas en modelizaciones no tradicionales de las preferencias de los inversores. Dichas modelizaciones alternativas incluyen la formación de hábitos, las externalidades en el consumo o la interacción de varios riesgos en el argumento de las funciones de utilidad que provoquen un aumento en la aversión al riesgo de los inversores.

1. Introducción

En este artículo pretendemos dar una visión panorámica de los distintos intentos encaminados a resolver el famoso "puzzle de la prima de riesgo de las acciones" (*equity premium puzzle*) formulado originalmente en el artículo de Mehra y Prescott (1985). Según estos autores el rendimiento medio de las acciones en los Estados Unidos en los últimos 100 años ha sido aproximadamente un 6% más alto que el rendimiento medio de los títulos de la deuda del tesoro. Para justificar esta discrepancia tenemos que fijarnos en dos factores determinantes del rendimiento de los activos financieros: la covarianza de los rendimientos de dichos activos con la tasa de crecimiento del consumo agregado y la aversión al riesgo de los inversores. El primero de estos factores es perfectamente observable y, por lo tanto, la aversión al riesgo de los inversores se puede inferir implícitamente. La conclusión de Mehra y Prescott es que, para hacer compatible las primas de riesgo históricas con la covarianza observada entre el rendimiento de las acciones y la tasa de crecimiento del consumo agregado, la aversión al riesgo de los inversores debería ser exagerada e irrealísticamente alta.

El artículo de Mehra y Prescott ha generado una extensa literatura que ha intentando resolver el puzzle por ellos planteado. En particular, uno de los intentos más populares ha consistido en relajar el supuesto según el cual los inversores tienen preferencias exógenas y aditivas temporalmente. Más precisamente, varios autores han introducido el supuesto de que el nivel de utilidad del consumo presente depende de una referencia (o estándar de vida). Dicha referencia puede provenir del consumo presente o pasado medio de la economía, de manera que la comparación del nivel de consumo individual con el de los otros inversores genere sentimientos de "envidia" que induzcan un aumento de la aversión a tener un consumo alejado del consumo medio de la economía. Asimismo, la referencia de consumo puede también provenir de los "hábitos" individuales de consumo pasados, de manera que cambiar dichos hábitos sea especialmente desagradable. Estas modificaciones de las preferencias individuales provocan que los inversores se comporten como si tuvieran más aversión al riesgo y, por lo tanto, requieran rendimientos medios más altos a las acciones para incluirlas en sus carteras.

Otra vía por las que se pueden generar altas primas de riesgo proviene de la existencia de riesgos adicionales que no se pueden diversificar (tales como los asociados a las rentas del trabajo) y que puedan exacerbar la sensación de riesgo de los activos financieros. Tal como veremos, esta explicación plausible necesita ser cualificada de manera precisa, ya que depende de unos supuestos muy específicos sobre la interacción de los distintos riesgos subyacentes y de las características de la función de utilidad.

Finalmente, en este artículo mencionaré brevemente otros supuestos que pueden ayudar a resolver el puzzle de la prima de riesgo y que llegan incluso a cuestionar la pertinencia de su planteamiento original.

La sección 2 describe el problema original. La sección 3 plantea su posible resolución mediante el supuesto de preferencias que no sean estándar. La sección 4 plantea la resolución del puzzle a partir de la interacción de riesgos no diversificables. La última sección introduce algunas consideraciones complementarias.

2. El "Puzzle"

Para plantear el problema original de Mehra y Prescott (1985) utilizaremos el modelo del premio Nobel Robert Lucas (1978) de valoración de activos para una economía de intercambio puro en tiempo discreto.[1] Consideremos una economía con un inversor representativo que maximiza la siguiente función objetivo:

$$E_t \left\{ \sum_{j=0}^{\infty} \beta^j u(c_{t+j}) \right\}, \tag{2.1}$$

donde $\beta \in (0, 1)$ es el factor de descuento intertemporal, la función u es la función de utilidad instantánea (que es temporalmente independiente) y c_t es el consumo en el período t (el cual jugará el papel de numerario o unidad de cuenta). Vemos pues que nuestro inversor intenta maximizar la suma del flujo descontado de utilidades presentes y futuras. El supuesto de aditividad temporal de las preferencias resulta ser mucho más restrictivo de lo que aparenta. Sin ir más lejos, para ser consistentes con algunos hechos macroeconómicos empíricos, tales como la existencia de crecimiento equilibrado (o estacionariedad), la función u ha de ser homogénea, es decir, ha de tener la siguiente forma funcional isoelástica:

$$u(c) = \frac{c^{1-\sigma}}{1-\sigma}, \text{ con } \sigma > 0. \tag{2.2}$$

Observemos que el índice de aversión relativa al riesgo $-cu''(c)/u'(c)$ es igual al valor del parámetro σ. Dicha índice nos da una medida del grado de concavidad relativa de la función de utilidad: cuando mayor es σ, menos dispuestos estarán los individuos a asumir riesgos.

Los distintos activos de la economía generan dividendos estocásticos. Sea $\{d_{t+j,i}\}_{j=0}^{\infty}$ el proceso estocástico de dividendos del activo i, $i = 0, 1, ...I$. El número de activos es pues $I + 1$. La restricción presupuestaria a la que se enfrenta un inversor es:

$$\sum_{i=0}^{I} (p_{t,i} + d_{t,i}) a_{t,i} = \sum_{i=0}^{I} p_{t,i} a_{t+1} + c_t, \tag{2.3}$$

donde $a_{t,i}$ es el numero de títulos del activo i que el inversor compra en el período t y $p_{t,i}$ es el precio de cada título en dicho período. En el lado izquierdo de la restricción

[1] Breeden (1979) considera una economía similar en tiempo continuo.

(2.3) nos encontramos los ingresos brutos del consumidor en el período t, mientras que el lado derecho nos indica los gastos del consumidor divididos entre gastos de consumo y gastos asociados a la composición de cartera para el siguiente período. La maximización de (2.1) respecto al vector de títulos $\{a_{t,i}\}_{i=0}^{I}$ sujeta a (2.3) nos da estas $I+1$ condiciones de primer orden para cada período t:

$$u'(c_t)\, p_{t,i} = \beta E_t \left(u'(c_{t+1})\left(p_{t+1,i} + d_{t+1,i}\right)\right), \quad \text{para } i = 0, 1, ..., I. \tag{2.4}$$

Dado que los precios $\{p_{t,i}\}_{i=0}^{I}$ y el consumo c_t son observables en el período t. Podemos escribir la anterior expresión como

$$\beta E_t \left(\frac{u'(c_{t+1})}{u'(c_t)} \cdot R_{t+1,i} \right) = 1, \quad \text{para } i = 0, 1, ..., I, \tag{2.5}$$

donde $R_{t+1,i}$ es el rendimiento bruto real del activo i,

$$R_{t+1,i} = \frac{p_{t+1,i} + d_{t+1,i}}{p_{t,i}}. \tag{2.6}$$

Supongamos que el activo 0 no tenga riesgo entre dos períodos consecutivos (es decir, que sea una titulo de deuda pública, un bono del gobierno o una letra del tesoro). En otras palabras, el proceso estocástico de dividendos (y de rendimientos) del activo 0 es "predecible". Entonces las $I+1$ condiciones (2.5) se pueden escribir como

$$E_t \left(\frac{u'(c_{t+1})}{u'(c_t)} \cdot \left(R_{t+1,i} - R_{t+1,b}\right) \right) = 0, \quad \text{para } i = 1, 2..., I,$$

y

$$\beta E_t \left(\frac{u'(c_{t+1})}{u'(c_t)} \cdot R_{t+1,b} \right) = 1,$$

donde $R_{t+1,b}$ es el rendimiento bruto de las letras del tesoro (activo 0) emitidas en el período t y con vencimiento en $t+1$. Utilizando la especificación isoelástica (2.2) de la función de utilidad, las anteriores expresiones se convierten en

$$E_t \left(\left(\frac{c_{t+1}}{c_t} \right)^{-\sigma} \cdot \left(R_{t+1,i} - R_{t+1,b}\right) \right) = 0, \quad \text{para } i = 1, 2..., I,$$

y

$$\beta E_t \left(\left(\frac{c_{t+1}}{c_t} \right)^{-\sigma} \cdot R_{t+1,b} \right) = 1.$$

Supongamos que los procesos estocásticos de las variables $c_{t+1}/\,c_t$, $R_{t+1,b}$ y $R_{t+1,i}$ sean estacionarios, es decir, sus propiedades estadísticas no varíen con el tiempo. Tomando esperanzas incondicionadas en las dos expresiones anteriores, éstas se transforman en

$$E\left((\gamma_c)^{-\sigma} \cdot \pi_i \right) = 0, \quad \text{para } i = 1, 2..., I, \tag{2.7}$$

y

$$\beta E\left((\gamma_c)^{-\sigma} \cdot R_b\right) = 1, \tag{2.8}$$

donde $\gamma_c = c_{t+1}/c_t$ es la tasa bruta de crecimiento del consumo, R_b es el rendimiento bruto de las inversiones sin riesgo a un período vista y $\pi_i = R_i - R_b$ es el exceso de rentabilidad de la acción i (cuyo rendimiento es R_i) sobre las letras del tesoro. Obsérvese que hemos suprimido el subíndice temporal como consecuencia del supuesto de estacionariedad. Vemos que las ecuaciones (2.7) y (2.8) imponen restricciones en los momentos de las variables aleatorias del modelo. Tomando como rendimiento de la acción de referencia el rendimiento anual R_s del índice Standard and Poor 500 (S&P), como rendimiento del activo sin riesgo el rendimiento anual de las letras del tesoro ("treasury bills") de los EE.UU. a 90 días y como tasa de crecimiento del consumo la anual del consumo de bienes no duraderos y servicios durante el período 1889 a 1978, podemos implícitamente estimar los valores de los parámetros no observables σ y β que caracterizan las preferencias de los inversores. Hemos de destacar que las series históricas de los procesos estocástico de las tres variables γ_c, R_s y R_b son consistentes con el supuesto de estacionariedad. Según indican los datos históricos, el crecimiento medio $\bar{\gamma}_c$ del consumo ha sido aproximadamente del 1.8%, el rendimiento medio $\bar{R}_s$ del índice S&P ha sido aproximadamente del 7% y el rendimiento medio $\bar{R}_b$ de las letras del tesoro ha sido aproximadamente del 1%. Por lo tanto, la prima de riesgo media $\bar{\pi}_s$ del índice S&P se sitúa alrededor del 6%. Por último, mencionemos que la matriz de varianzas y covarianzas históricas de las variables (γ_c, R_s, R_b) es la siguiente:

	γ_c	R_s	R_b
γ_c	0.00127	0.00219	-0.000193
R_s	0.00219	0.0274	0.00104
R_b	-0.000193	0.00104	0.00308

A partir de los anteriores momentos muestrales y para distintos valores de σ, podemos estimar la media histórica del término que aparece dentro de la esperanza en la ecuación (2.7) , para así contrastar la hipótesis nula de que dicha esperanza sea igual a cero. El resultado de dicho contraste es que la hipótesis nula debería rechazarse para todos los valores de σ inferiores a 8.5. Tal como veremos más adelante, valores de dicho parámetro tan elevados son totalmente implausibles.

Mehra y Prescott (1985) en su articulo original utilizan otro procedimiento para plantear su puzzle, el cual consiste en calcular explícitamente los precios de las acciones y de las letras del tesoro gracias al supuesto de que la tasa de crecimiento de los dividendos agregados de las acciones incluidas en el índice S&P está perfectamente correlacionada con la tasa de crecimiento del consumo per cápita. Dicho supuesto no es más que la consecuencia de suponer a su vez que hay una única fuente de producción estocástica en la economía y que el bien producido es perecedero. En efecto, supongamos que el proceso estocástico del producto per cápita sea $\{y_{t+j}\}_{j=0}^{\infty}$ y que la cartera contenida en el índice S&P permite a su propietario disponer del flujo de dividendos representado por dicho proceso de producto per càpita. Si el mercado del bien está en equilibrio tendremos que $c_t = y_t$ para todo período t. Así, la formula del precio $p_{t,s}$ del índice S&P se obtendría a partir de la expansión recursiva hacia adelante de la condición (2.4) y utilizando la condición de equilibrio $d_{t,s} = y_t = c_t$,[2]

$$p_{t,s} = \frac{1}{u'(y_t)} \left\{ \sum_{j=1}^{\infty} \beta^j E_t \left(u'(y_{t+j}) \cdot y_{t+j} \right) \right\} = (y_t)^{\sigma} \left\{ \sum_{j=1}^{\infty} \beta^j E_t \left((y_{t+j})^{1-\sigma} \right) \right\}.$$

A partir del anterior precio y de (2.6) podemos calcular el rendimiento del índice S&P,

$$R_{t+1,s} = \frac{p_{t+1,s} + y_{t+1}}{p_{t,s}}.$$

De manera análoga, dado que los dividendos de una letra del tesoro a un período vista emitida en el período t satisfacen

$$d_{j,b} = \begin{cases} 1 & \text{para } j = t+1 \\ \\ 0 & \text{para } j > t+1, \end{cases}$$

el precio $p_{t,b}$ de dicha letra del tesoro sería

$$p_{t,b} = \frac{\beta^j E_t \left(u'(y_{t+j}) \right)}{u'(y_t)} = \beta^j \left(y_t \right)^{\sigma} E_t \left((y_{t+j})^{-\sigma} \right), \tag{2.9}$$

por lo que el rendimiento de dicha letra sería simplemente

$$R_{t,b} = \frac{1}{p_{t,b}} = \frac{1}{\beta^j \left(y_t \right)^{\sigma} E_t \left((y_{t+j})^{-\sigma} \right)}.$$

Mehra y Prescott suponen además que la tasa de crecimiento de y_t esta gobernada por un cadena de Markov tal que

$$y_{t+1} = \gamma_{t+1} y_t,$$

con $E(\gamma_t) = 1.018$, $\sqrt{Var(\gamma_t)} = 0.036$ y la correlación entre γ_t y γ_{t-1} es -0.14, para así ajustar el comportamiento histórico de las tasas de crecimiento del PNB. La estimación de la prima de riesgo media $\bar{\pi}_s = E(R_{t,s} - R_{t,b})$ es ahora inmediata. Concretamente, Mehra y Prescott calculan las primas de riesgo medias que se pueden obtener restringiendo los valores del parámetro σ entre 0 y 10, del valor del parámetro β entre 0 y 1 y el rendimiento medio de las letras del tesoro a valores inferiores al 4%. En todos los casos, la prima de riesgo media no supera el 0.35%, lo cual contrasta enormemente con el valor del 6% que se observa para la prima de riesgo media histórica.

[2]Brock (1982) considera una economía con producción en la que parte del producto puede destinarse a inversión.

Utilizando cualquiera de los dos procedimientos que acabamos de describir obtendríamos unos valores del parámetro σ mayores que 8.5, lo cual implicaría una aversión al riesgo exageradamente alta, ya que resulta incompatible con otros resultados empíricos en el ámbito microeconómico (tal como el comportamiento individual en apuestas, en la selección de cartera o en la demanda de seguros) y macroeconómico (tal como la relación entre consumo e inversión o el patrón de consumo a lo largo del ciclo vital).[3] Dichos estudios estiman el valor del parámetro σ entre 1 y 3.

Hemos de señalar que el puzzle de la prima de riesgo ha sido también detectado en otros paises en distintos grados (véase Roy, 1994).[4] A continuación veremos como es posible generar primas de riesgo más elevadas preservando unos niveles más plausibles de aversión al riesgo. Para ello modificaremos en primer lugar la forma funcional de la función de utilidad instantánea.

3. Formación de Hábitos y Externalidades en el Consumo

La formulación de la función de utilidad instantánea que hemos utilizado en la sección anterior implica que los inversores derivan utilidad en cada período exclusivamente del nivel absoluto de su consumo en dicho período. Vamos a suponer en esta sección que las preferencias en cada período son endógenas y que la utilidad derivada instantáneamente del consumo en un período dado depende de un nivel de referencia, que se puede interpretar como un estándar de vida, el cual puede variar con el tiempo. Dicho estándar de vida puede depender de los niveles de consumo pasados de cada inversor o del nivel consumo medio de la economía, ya sea presente o pasado.

En términos generales podemos suponer que la función de utilidad instantánea en el período t es

$$u(c_t, , c_{t-1}, \bar{c}_t, \bar{c}_{t-1}), \tag{3.1}$$

donde $\bar{c}_t$ denota el consumo medio de la economía en el período t. Cuando la derivada de u respecto a c_{t-1} sea decreciente, diremos que las preferencias del individuo en cuestión exhiben “formación de hábitos” puesto que el nivel de consumo pasado individual aumenta el estándar de vida y esto hace que el individuo requiera un nivel más alto de consumo presente para mantener el mismo nivel de utilidad. El consumo medio presente $\bar{c}_t$ de la economía también puede influir en el nivel de utilidad ya que los individuos pueden comparar su nivel de consumo con el de sus vecinos de manera que las consideraciones de envidia (o de altruismo-patriotismo) aparezcan a la hora de valorar el nivel de consumo presente individual. Similares consideraciones

[3] Véase Mankiw y Zeldes (1991), Friend y Blume (1975), Arrow (1971) para la evidencia microeconómica y Tobin y Dolde (1971) y Kydland y Prescott (1982) para la evidencia macroeconómica.

[4] Alonso, Rubio y Tusell (1990) estiman el parámetro σ de aversión relativa al riesgo a partir de datos del mercado de capitales español entre 1965 y 1984, obteniendo un valor de 3.88. De hecho, las primas de riesgo documentadas por Rubio (1991) para el mercado español en el mismo período son muy bajas, ya que se sitúan alrededor del 0.65%.

hemos de hacer a la hora de comparar el consumo presente con el consumo medio pasado $\bar{c}_{t-1}$.[5] Cuando los consumos medios $\bar{c}_t$ o $\bar{c}_{t-1}$ aparecen como argumentos en la función de utilidad, el consumo genera externalidades ya que cuando un inversor en una economía grande decide su nivel de consumo, no tiene en cuenta los efectos externos (ya sean positivos o negativos) sobre la utilidad de los otros inversores.[6]

Consideremos en primer lugar el caso en el que las preferencias exhiban formación de hábitos internos y en el que el consumo medio no genere externalidades. Por lo tanto, la utilidad instantánea en t es $u(c_t, c_{t-1})$. Las funciones $u_1(c_t, c_{t-1})$ y $u_2(c_t, c_{t-1})$ son las derivadas parciales de $u(\cdot, \cdot)$ respecto al primer y segundo argumento, respectivamente. En este caso la condición de primer orden (2.5) pasa a ser

$$\beta E_t \left(\frac{u_1(c_{t+1}, c_t) + \beta u_2(c_{t+2}, c_{t+1})}{u_1(c_t, c_{t-1}) + \beta u_2(c_{t+1}, c_t)} \cdot R_{t+1,i} \right) = 1, \quad \text{para } i = 0, 1, ..., I. \tag{3.2}$$

Vemos pues que, cuando el inversor elige en el momento t su consumo presente c_t y las propiedades del proceso estocástico de consumo futuro (mediante su selección de cartera), toma como dado su consumo pasado c_{t-1} y tiene en cuenta como el nivel c_t afecta a su valoración del consumo futuro. Obsérvese a este respecto como el consumo presente c_t aparece tanto en el denominador como en el numerador de la relación marginal de sustitución que aparece en la ecuación (3.2).

Supongamos más específicamente que la forma funcional de la función de utilidad sea

$$u(c_t, c_{t-1}) = \frac{(c_t - \gamma c_{t-1})^{1-\sigma}}{1-\sigma}, \text{ con } \sigma > 0 \quad \text{y} \quad \gamma \in (0,1). \tag{3.3}$$

La anterior forma funcional implica que la utilidad marginal de una unidad adicional de consumo en el período t es una función creciente del consumo en el período $t-1$. Si el valor del parámetro γ fuera muy alto, entonces los inversores serían muy aversos a un riesgo que ponga en peligro su mera supervivencia. Vemos que

[5] Cuando el consumo medio pasado afecta negativamente al nivel de utilidad presente, algunos autores dicen que las preferencias exhiben formación de habitos "externos". Tal es el caso de Constantinides (1990), Abel (1999), y Campbell y Cochrane (1999)

[6] La especificación de la función de utilidad (3.1) puede generalizarse y escribirse como $u(c_t, , h_t, \bar{c}_t, \bar{h}_t)$, donde h_t es el stock de hábitos internos acumulados hasta el período t. Dicho stock evoluciona de acuerdo con la ecuación

$$h_t = (1-\lambda) \sum_{i=0}^{\infty} \left(\lambda^i c_{t-i-1} \right), \quad \lambda \in (0,1).$$

La variable $\bar{h}_t$ es el stock de hábitos externos acumulados hasta el período t. Dicho stock satisface a su vez

$$\bar{h}_t = (1-\kappa) \sum_{i=0}^{\infty} \left(\kappa^i \bar{c}_{t-i-1} \right), \quad \kappa \in (0,1).$$

Los coeficientes λ y κ son parámetros que reflejan la "durabilidad" de los hábitos. Claramente, la formulación (3.1) corresponde al caso límite $\lambda = \kappa = 0$.

la supervivencia sólo se consigue cuando el argumento $c_t - \gamma c_{t-1}$ es positivo. Por lo tanto, la aversión al riesgo de los individuos es creciente en el parámetro γ. De hecho, autores como Ferson y Constantinides (1991), Constantinides (1990) y Boldrin et al. (2001) consiguen replicar la media empírica de la prima de riesgo eligiendo valores del parámetro γ bastante altos (superiores a 0.7) juntamente con valores de σ alrededor de 1. Algunos autores como Kocherlakota (1996) consideran dichos valores como excesivos y argumentan que una calibración más razonable como $\gamma = 0.174$ sólo consigue replicar la prima de riesgo y el tipo de interés medio con valores de σ exageradamente altos. Esto lleva a este último autor a afirmar que la formación de hábitos por si sola es incapaz de solucionar el puzzle de la prima de riesgo.

Consideremos ahora otro caso extremo en el que no tengamos hábitos externos, pero sí externalidades en el consumo. La función de utilidad es pues $u(c_t, , \bar{c}_t, \bar{c}_{t-1})$. Podemos especializar la anterior función de utilidad y suponer que

$$u(c_t, , \bar{c}_t, \bar{c}_{t-1}) = \frac{1}{1-\sigma}\left(\frac{c_t}{(\bar{c}_t)^{\mu}(\bar{c}_{t-1})^{\nu}}\right)^{1-\sigma}, \text{ con } \sigma > 0. \tag{3.4}$$

Vemos pues que el inversor deriva utilidad de su consumo actual relativo al consumo medio de la economía presente y pasado. Así, cuando un inversor elige su cartera y su consumo toma como dados los valores medios del consumo de la economía. Por lo tanto, en lo que concierne a la decisión individual el problema de maximización es similar al de la Sección 2 ya que los consumos $\bar{c}_t$ y $\bar{c}_{t-1}$ juegan el papel de parámetros dados en el período t. Sin embargo, en equilibrio ha de cumplirse que $\bar{c}_t = c_t$ para todo t, si todos los inversores son iguales.

Los parámetros μ y ν pueden tomar valores positivos o negativos dependiendo de si el individuo es "envidioso" o "patriota". El caso $\mu \neq 0$ y $\nu = 0$ es el considerado por Galí (1994) y es conocido popularmente como "keeping up with the Joneses". En dicho caso la aversión al riesgo del individuo es creciente respecto al parámetro ν ya que valores altos de dicho parámetro hacen que la utilidad marginal del consumo del individuo sea muy sensible a fluctuaciones agregadas del consumo. El caso $\mu = 0$ y $\nu \neq 0$ se conoce como "catching up with the Joneses" (véase Abel, 1990) y conlleva resultados similares para valores altos del parámetro ν. En ambos casos, el parámetro σ de aversión al riesgo respecto al consumo individual puede mantenerse en valores alrededor de 6 y, al mismo tiempo, replicar el comportamiento histórico de las primas de riesgo. Vemos pues que las soluciones al puzzle de la prima de riesgo propuestas en esta sección tienen un alcance bastante limitado.

Debemos mencionar que varios artículos han considerado una formulación "aditiva" de las preferencias representadas por (3.4). Dicha formulación sería

$$u(c_t, , \bar{c}_t, \bar{c}_{t-1}) = \frac{1}{1-\sigma}\left(c_t - \mu\bar{c}_t - \nu\bar{c}_{t-1}\right)^{1-\sigma}, \text{ con } \sigma > 0, \tag{3.5}$$

la cual generaría resultados similares, siempre que el termino dentro del paréntesis fuera positivo. Simétricamente, la especificación de los hábitos internos (3.3) admite una formulación "multiplicativa" del tipo

$$u\left(c_t, , c_{t-1}\right) = \frac{1}{1-\sigma}\left(\frac{c_t}{\left(c_{t-1}\right)^{\gamma}}\right)^{1-\sigma}, \text{ con } \sigma > 0, \tag{3.6}$$

la cual requiere de restricciones adicionales en sus parámetros para que sea cóncava respecto a sus dos argumentos.

En resumen, las propuestas para resolver el puzzle de la prima de riesgo que hemos expuesto en esta sección descansan básicamente en suponer que los individuos son muy aversos a las variaciones en el consumo, ya sea el suyo propio o el de la economía en su conjunto.

4. La Interacción entre Riesgos Subyacentes y Preferencias

Otra manera de justificar las elevadas primas de riesgo históricas proviene de la introducción de fuentes de incertidumbre adicionales ante las cuales los individuos no puedan asegurarse. Si existieran activos asociados a estas fuentes de riesgo que pudieran intercambiarse en mercados financieros, entonces volveríamos a una situación llamada de mercados "completos" que sería equivalente a la que hemos considerado hasta ahora. Mencionemos incidentalmente que el supuesto de mercados completos permite a su vez dar una justificación al supuesto de que los inversores son idénticos, ya que los distintos riesgos se acabarían repartiendo entre los inversores en equilibrio.

Resulta evidente que hay ciertas fluctuaciones de la renta que son difícilmente asegurables, tales como las fluctuaciones en las rentas laborales. En este caso la restricción presupuestaria de un individuo pasaría a ser

$$\sum_{i=0}^{I} a_{t,i}(p_{t,i} + d_{t,i}) + z_t = \sum_{i=0}^{I} a_{t+1} p_{t,i} + c_t,$$

donde z_t es un riesgo (o shock) de renta no diversificable. El proceso estocástico de esta nueva variable aleatoria z_t puede exhibir persistencia, en cuyo caso la autocorrelación de z_t es muy elevada, o puede exhibir un elevado grado de transitoriedad de manera que haya cierta independencia estadística entre z_t y z_{t+j} para $j \neq 0$. Si estos shocks fueran transitorios, el hecho de que los inversores puedan realizar operaciones de crédito y de préstamo sobre un horizonte largo de tiempo y de que el impacto sobre el valor presente de la renta en términos esperados sea pequeño, provocaría que el efecto de estos shocks sobre el comportamiento de los inversores sea prácticamente negligible. Por lo tanto, tal como Telmer (1993) y Lucas (1994) señalan, la introducción de shocks transitorios no puede conducirnos a una resolución del puzzle de la prima de riesgo. A este respecto las estimaciones sobre la autocorrelación anual de las rentas del trabajo se sitúa alrededor del 0.5, el cual es un valor que según estos autores resulta insuficiente para explicar el elevado grado de aversión implícito en las primas de riesgo históricas.

Cuando los shocks tienen un carácter permanente, la historia cambia radicalmente ya que tales shocks pueden conllevar una gran variabilidad en el valor presente de la renta del inversor. Por lo tanto, la aparición de riesgos permanentes no diversificables puede generar cambios sustanciales en la actitud de los individuos frente al riesgo y, tal como veremos, puede provocar que los individuos sólo estén dispuestos a aceptar el riesgo adicional de las acciones bursátiles a cambio de una elevada prima de riesgo. Observemos pues que, manteniendo niveles de aversión al riesgo razonables, la prima de riesgo podría elevarse mediante la introducción de estos últimos shocks.

La cuestión que ahora se nos plantea es saber qué características estadísticas han de tener estos shocks permanentes y no asegurables y qué características han de tener las preferencias para que su interacción eleve la aversión al riesgo de los individuos, con lo que así se resolvería el puzzle de la prima de riesgo. Para abordar dicha cuestión consideremos una economía estática en la que los individuos toman sus decisiones de cartera en el período 0 y en el período 1 reciben los dividendos y el principal de su cartera, juntamente con una renta que es incierta en el período 0. Asimismo, supondremos que los individuos sólo quieren consumir en el período 1. Este marco de análisis con un horizonte temporal tan corto nos asegura el carácter permanente de los shocks de renta. Supondremos que esta renta aleatoria es independiente de los dividendos de los activos existentes, para así eliminar toda posibilidad de aseguramiento implícito mediante el mercado de capitales. Dicha renta la escribiremos como $z = w + \varepsilon$, donde w es el componente no estocástico de la renta. Definamos la función $v(w) \equiv E(u(w + \varepsilon))$, por lo que estaremos interesados en hallar condiciones sobre u y ε tales que hagan que la función $v(w)$ tenga más aversión al riesgo que la función original $u(w)$. En nuestro análisis utilizaremos otra medida de aversión al riesgo totalmente estándar, como es el índice de aversión absoluta al riesgo de Arrow-Pratt (Arrow, 1970 y Pratt, 1964), $A_u(w) = -\, u''(w)/\, u'(w)$. Dicho índice es proporcional a la cantidad que los individuos están dispuestos a pagar para no tener que enfrentarse a riesgos pequeños. Por lo tanto, queremos saber bajo que condiciones se cumple que

$$A_v(w) \equiv \frac{-E(u''(w+\varepsilon))}{E(u'(w+\varepsilon))} \geq \frac{-u''(w)}{u'(w)} \equiv A_u(w), \text{ para todo } w. \tag{4.1}$$

La anterior condición es equivalente a decir que la presencia del riesgo ε hace al individuo más averso al riesgo y, por lo tanto, su predisposición a aceptar otro riesgo independiente disminuye.

Si el riesgo ε tiene esperanza no-positiva, entonces Weil (1992) demostró inicialmente que su introducción hace que los individuos exhiban más aversión al riesgo si el índice de prudencia de la función de utilidad u, $P_u(w) = -\, u'''(w)/\, u''(w)$, es decreciente (véase también Kimball, 1993). Sin embargo, posteriormente se demostró que esa condición era mucho más fuerte de lo necesario, ya que la propiedad que ha de satisfacer la función de utilidad u para que la introducción de un riesgo ε, tal que $E(\varepsilon) \leq 0$, aumente la aversión absoluta al riesgo es mucho más débil y se conoce como "vulnerabilidad al riesgo" (véase Gollier y Pratt, 1996). De hecho, la mayoría de las funciones de utilidad, tal como la isoelástica o la exponencial, exhiben un índice de prudencia decreciente y, por lo tanto, satisfacen la propiedad de vulnerabilidad al riesgo.

Otros riesgos que pueden aparecer son aquellos que son siempre negativos, en cuyo caso la condición de tener un índice $A_u(\cdot)$ de aversión absoluta al riesgo decreciente es obviamente suficiente para que estos riesgos satisfagan la condición (4.1). Por otra parte, Eeckhoudt, Gollier y Schlesinger (1996) consideran cambios en la estructura del riesgo subyacente que generen desplazamientos del riesgo que sean dominados en el sentido de dominancia estocástica de segundo orden.[7] Estos últimos autores obtienen la correspondiente condición que ha de satisfacer la utilidad u para que se produzca una elevación de la prima de riesgo en este caso.

Finalmente, Caballé y Pomansky (1997) consideran cualquier riesgo arbitrario y lo clasifican de acuerdo con las propiedades de su transformada de Laplace. Sea $\psi_\varepsilon(x)$ la transformada de Laplace de la función de distribución $G_\varepsilon(y)$ de la variable aleatoria no degenerada ε, es decir, $\psi_\varepsilon(x) = \int_0^\infty e^{-xy} dG_\varepsilon(y)$. Recordemos que la transformada de Laplace de ε satisface $\psi_\varepsilon(0) = 1$, $\psi_\varepsilon^{'}(0) = -E(\varepsilon)$ y $\psi_\varepsilon^{''}(x) > 0$ para todo $x \in (0, \infty)$. Podemos entonces hacer la siguiente partición del conjunto de riesgos: (i) un riesgo ε es injusto si $E(\varepsilon) \leq 0$, en cuyo caso $\psi_\varepsilon(x) > 1$ para todo $x \in (0, \infty)$; (ii) Un riesgo es potencialmente indeseable si $E(\varepsilon) > 0$ y $Prob(\varepsilon < 0) > 0$, en cuyo caso existe un número real $x^* \in (0, \infty)$ tal que $\psi_\varepsilon(x^*) = 1$, $\psi_\varepsilon(x) < 1$ para todo $x \in (0, x^*)$, y $\psi_\varepsilon(x) > 1$ para todo $x \in (x^*, \infty)$; y (iii) un riesgo es positivo si $Prob(\varepsilon < 0) = 0$, en cuyo caso $\psi_\varepsilon(x) < 1$ para todo $x \in (0, \infty)$. Por último definamos x_{inf} como el numero real extendido no-negativo en el que la transformada de Laplace $\psi_\varepsilon(x)$ del riesgo ε alcanza su mínimo. De la anterior discusión se deduce que (a) si el riesgo ε es injusto, entonces $x_{inf} = 0$; y (b) si ε es potencialmente indeseable, entonces $x_{inf} \in (0, x^*)$; y (c) si ε es positivo, entonces $x_{inf} = \infty$.

En su análisis Caballé y Pomansky (1997) consideran la clase de funciones de utilidad mixtas analizadas a su vez en Caballé y Pomansky (1996) y que son aquellas que son crecientes y tienen derivadas que alternan su signo a medida que aumenta progresivamente el orden de su derivada. Mencionemos incidentalmente que estas funciones tienen un índice de prudencia decreciente y en su clase se incluyen también todas las funciones de utilidad que se utilizan en el análisis financiero más aplicado. Una función mixta u definida para valores de consumo positivos admite la siguiente

[7] De acuerdo con Hadar y Rusell (1969) y Rothschild y Stiglitz (1970), la variable aleatoria δ domina a la variable η según el criterio de dominancia estocástica de segundo orden cuando

$$\int_a^c [F_\delta(y) - F_\eta(y)]\, dy \leq 0 \quad \text{para todo } c \in [a, b],$$

donde $F_\delta(y)$ y $F_\eta(y)$ son las funciones de distribución de las variables aleatorias δ e η y $[a, b]$ es el soporte de dichas variables. La anterior condición integral es equivalente a decir que todos los individuos que maximicen la utilidad esperada de una función de utilidad creciente y cóncava prefieren tener un consumo dado por la variable δ que por la variable η.

representación integral de acuerdo con el teorema de Bernstein (véase Widder, 1941):

$$u'(w) = \int_0^\infty e^{-qw} dF(q),$$

para alguna función de distribución F definida en $[0, \infty]$. Dicho de otro modo, la utilidad marginal de una función mixta es una transformada de Laplace.[8] Sean $\bar{q}$ y $\underline{q}$ el supremo y el ínfimo del soporte de la distribución asociada a la función de distribución F. Obviamente, dicha función de distribución F caracteriza unívocamente la utilidad mixta u.

El resultado principal de Caballé y Pomansky (1997) es que si u es una utilidad mixta y el índice A_u de aversión absoluta al riesgo de u es estrictamente decreciente, entonces $A_v(w) < A_u(w)$ para todo w cuando $x_{inf} \geq \bar{q}$, mientras que $A_v(w) > A_u(w)$ para todo w cuando $x_{inf} \leq \underline{q}$, donde $A_v(w)$ y $A_u(w)$ están definidos en (4.1). Un implicación del anterior resultado es que si $A_u(w)$ es estrictamente decreciente, entonces $A_v(w) > A_u(w)$ para todo w si ε es un riesgo injusto (el cual es un resultado que ya se obtenía a partir de la propiedad de vulnerabilidad al riesgo). Por contra, $A_v(w) < A_u(w)$ para todo w si ε es positiva (el cual es un resultado que ya se obtenía a partir de la propiedad de aversión absoluta al riesgo decreciente). Obviamente, las anteriores condiciones suficientes pueden relajarse ya que, para el análisis local del comportamiento de la aversión al riesgo, sólo necesitamos asegurar que la distribución sobre los exponentes de una utilidad mixta (caracterizada por la función F) esté suficientemente concentrada encima o debajo del punto x_{inf} en el que la transformada de Laplace del riesgo ε alcanza su ínfimo.

En resumen, el anterior análisis proporciona unas combinaciones de preferencias y riesgos que permiten lograr aumentos (o disminuciones) en las primas de riesgo requeridas por los inversores. Que dichas combinaciones se produzcan realmente pasa a ser ahora una cuestión puramente empírica.

5. Consideraciones Finales: Un Nuevo Puzzle y Nuevas Soluciones

Debemos mencionar que el puzzle de la prima de riesgo conlleva un puzzle asociado, conocido como el puzzle de los tipos de interés (Weil, 1989). Dicho puzzle consiste en que, si queremos replicar las primas de riesgo históricas, hemos de suponer que la aversión al riesgo es muy elevada y, bajo las preferencias representadas por la función de utilidad (2.2), esto implica que a los individuos les disgusta estar expuestos a

[8] Por ejemplo, la función de utilidad isoelástica está asociada a una distribución sobre los exponentes $q \in [0, \infty]$ con densidad potencial, la utilidad con aversión absoluta al riesgo constante (CARA) está asociada a la distribución de Dirac y la función logarítmica a la distribución con densidad exponencial. Estas funciones son casos particulares de las funciones HARA discutidas en Cass y Stiglitz (1970), que son aquellas que exhiben una aversión absoluta al riesgo hiperbólica y que están asociadas a distribuciones sobre los exponentes q del tipo gamma.

cambios en sus trayectorias de consumo individual. Esta última propiedad, combinada con los tipos de interés tan bajos que se han observado históricamente, generaría unas tasas de ahorro y, por lo tanto, de crecimiento económico extremadamente bajas. Sin embargo, dicho ahorro ha sido históricamente alto, puesto que ha permitido generar tasas de crecimiento anuales que se sitúan alrededor del 2% para la economía de los EE.UU.

A un nivel más formal, si calculásemos los rendimientos medios implícitos de las letras del tesoro a partir de la ecuación (2.8), utilizando para ello las propiedades muestrales de la tasa de crecimiento γ_c del consumo per cápita, unos valores de β menores que 1 y unos valores de σ mayores que 8.5, obtendríamos un rendimiento esperado de las letras del tesoro muy superior a su rendimiento medio histórico. Dicho de otra manera, para valores de σ superiores a 8.5, la ecuación (2.8) es incompatible con los momentos históricos de la tasa de crecimiento del consumo y de los rendimientos de las letras del tesoro para todos los valores de β inferiores a 1.

Hay que señalar que en la forma funcional (2.2) de la función de utilidad el parámetro σ juega un doble papel. Por una parte, tal como ya hemos visto, es un indicador de la aversión al riesgo del inversor, pero por otra parte es la inversa de la elasticidad de sustitución intertemporal. En efecto, un valor alto de σ indica que el inversor quiere que su consumo en distintos períodos sea muy similar, es decir, el inversor detesta cambios súbitos en su trayectoria de consumo individual. Una manera de romper este vinculo entre elasticidad de sustitución intertemporal y aversión al riesgo es mediante formas funcionales con dos parámetros que estén asociados a estas dos propiedades intrínsecamente distintas. Por ejemplo, Epstein y Zin (1989, 1991), Weil (1989) y Kocherlakota (1990) proponen la siguiente formula recursiva para definir las preferencias:

$$u_t = \left[(c_t)^{1-\rho} + \beta \left[E_t \left((u_{t+1})^{1-\sigma} \right) \right]^{\frac{1-\rho}{1-\sigma}} \right]^{\frac{1}{1-\rho}}. \tag{5.1}$$

Bajo esta formulación se puede demostrar que σ es una medida de la aversión relativa al riesgo, mientras que la elasticidad intertemporal de sustitución es $1/\rho$. Obviamente, cuando $\sigma = \rho$, la expresión (5.1) se transforma en la especificación tradicional (2.2). Esta nueva especificación puede ser útil para resolver el puzzle de los tipos de interés. En efecto, valores bajos de ρ conllevan una elasticidad de sustitución alta y, por lo tanto, a pesar de que los tipos de interés sean muy bajos, los individuos están dispuestos a ahorrar lo suficiente como para generar elevadas tasas del crecimiento del consumo. Sin embargo, debemos destacar que la formulación de las preferencias dada en (5.1) no nos ayuda a resolver el puzzle de la prima de riesgo, ya que ésta depende exclusivamente del parámetro de aversión al riesgo σ.

La anterior discusión nos lleva a señalar que en las especificaciones de preferencias con formación de hábitos y/o externalidades en el consumo, los parámetros γ, μ y ν, que aparecen en las formulaciones (3.3), (3.4), (3.5) y (3.6) no sólo afectan al grado de aversión al riesgo de los individuos sino también a su predisposición a sustituir consumo entre distintos períodos. Por lo tanto, en contextos dinámicos determinísticos se pueden analizar cuestiones tales como el efecto de los hábitos y de las externalidades en el consumo sobre la velocidad de convergencia hacia el estado estacionario de la economía, sobre la propensión al ahorro agregado o sobre el diseño de políticas impositivas óptimas (véase Alessie y Lusardi, 1997; Carroll, Overland y Weil, 1997, 2000; Fisher y Hof, 2000; de la Croix, 1998; y Alonso-Carrera, Caballé y Raurich, 2001, entre muchos otros).

Asimismo, en contextos estocásticos la formación de hábitos y las externalidades en el consumo pueden ser factores cruciales a la hora de determinar las primas de vencimiento, es decir, las diferencias esperadas de rendimientos anuales de activos con distintos vencimientos (Abel, 1999).

Señalemos también que la introducción de fuentes de riesgo permanentes y no diversificables constituye una posible resolución del puzzle de los tipos de interés. Dichos riesgos asociados al proceso de renta pueden generar un deseo de ahorrar por razones de precaución, lo cual podría servir para justificar niveles de ahorro altos que sean compatibles con tipos de interés bajos (véase Weil, 1992; Constantinides y Duffie, 1996 y Kimball, 1990).

Otras tentativas para resolver los puzzles de la prima de riesgo y de los tipos de interés se han basado en introducir fricciones en el mercado de capitales. Así, por ejemplo, cuando los individuos se enfrentan a restricciones en su capacidad de endeudamiento, la demanda de prestamos (es decir, la oferta de bonos) será baja. Para vaciar el mercado de prestamos los tipos de interés deben ser bajos ya que así se reduce la oferta de prestamos (la demanda de bonos). Obtenemos de esta manera una resolución del puzzle de los tipos de interés. Sin embargo, si a las restricciones de endeudamiento añadiéramos simultáneamente restricciones en la capacidad de los inversores para asumir posiciones "cortas" en el mercado de acciones ("short selling constraints"), entonces la oferta de acciones disminuiría. Por lo tanto, el rendimiento de las acciones también debería disminuir de forma paralela con lo que el puzzle de la prima de riesgo persistiría de manera invariable (véase Heaton y Lucas, 1995, 1996).

Otra fricción relevante en el mercado bursátil se refiere al hecho de que las transacciones con accciones conllevan costes tales como impuestos, tasas, costes de información, etc. Tales costes son muchísimo más pequeños para los activos sin riesgo. La implicación inmediata es que la prima de riesgo de las acciones ha de ser alta para así compensar dichos costes de transacción. Esta es la teoría defendida por Aiyagari y Gertler (1991) y los propios Heaton y Lucas (1995, 1996) para resolver el puzzle de la prima de riesgo.

Respecto a las dos últimas consideraciones, McGrattan y Prescott (2001) han afirmado recientemente que, si se tienen en cuenta la evolución de las disposiciones en los códigos fiscales en los EE.UU (consistente en una mejora progresiva del trato impositivo a los dividendos),[9] así como la desaparición de las antiguas regulaciones que impedían a los fondos de pensiones acumular acciones como reservas, el puzzle de la prima de riesgo de las acciones deja incluso de existir en el período posterior

[9] Las administraciones de los presidentes Kennedy y Reagan fueron paradigmáticas en este aspecto.

a la segunda guerra mundial. En todo caso, varios autores recientes han detectado que las primas de riesgo han ido disminuyendo en los últimos años, puesto que han pasado del 7% en el período 1926-1970 al 0.7% del período 1970-2000. Esta evolución es consistente con el mejor tratamiento fiscal de los dividendos y otros cambios regulatorios que han impulsado los precios de las acciones a la alza, reduciendo así su rendimiento (véase McGrattan y Prescott, 2000; y Jagannathan, McGrattan y Scherbina, 2000).

Concluyamos este artículo con una manifestación de perplejidad que surge al constatar como uno de los economistas que más han contribuido a popularizar el puzzle de la prima de riesgo (Edward Prescott) es ahora un ferviente defensor de la teoría según la cual dicho puzzle deja de constituir un enigma.

Referencias

Abel, A. (1990). "Asset Prices under Habit Formation and Catching up with the Joneses." *American Economic Review* 80: 38-42.

Abel, A. (1999). "Risk Premia and Term Premia in General Equilibrium." *Journal of Monetary Economics* 43: 3-33.

Aiyagari, S. R. y M. Gertler (1991). "Asset Returns with Transaction Costs and Uninsured Individual Risks." *Journal of Monetary Economics* 27: 311-331.

Alessie, R. y A. Lusardi (1997). "Consumption, Saving and Habit Formation." *Economics Letters* 55: 103-108.

Alonso, A., G. Rubio y F. Tusell (1990). "Asset Pricing and Risk Aversion in Spain." *Journal of Banking and Finance* 14: 469-481.

Alonso-Carrera, J, J. Caballé y X. Raurich (2001). "Income Taxation with Habit Formation and Consumption Externalities". Working paper 496.01. DEHE (UAB)-IAE (CSIC).

Arrow, K. (1971). *Essays in the Theory of Risk Bearing* (chapter 3), North Holland, Amsterdam.

Boldrin, M., L. J. Christiano y J. D. M. Fisher (2001). "Habit Persistence, Asset Returns, and the Business Cycle." *American Economic Review* 91: 149-166.

Breeden, D. (1979). "An Intertemporal Asset Pricing Model with Stochastic Consumption and Investment Opportunities." *Journal of Financial Economics* 7: 265-296.

Brock, W. (1982). "Asset Prices in a Production Economy." En: McCall, J. (editor), *The Economics of Uncertainty and Information.* University of Chicago Press. Chicago.

Caballé, J. y A. Pomansky (1996). "Mixed Risk Aversion." *Journal of Economic Theory* 71: 485-513.

Caballé, J. y A. Pomansky (1997). "Complete Monotonicity, Background Risk, and Risk Aversion." *Mathematical Social Sciences* 34: 205-222.

Campbell, J. Y. y J. H. Cochrane (1999). "By Force of Habit: A Consumption-Based Explanation of Aggregate Stock Market Behavior." *Journal of Political Economy* 107: 205-251.

Carroll, C., J. Overland y D. Weil (1997). “Comparison Utility in a Growth Model.” *Journal of Economic Growth* 2: 339-367.

Carroll, C., J. Overland y D. Weil (2000). “Saving and Growth with Habit Formation.” *American Economic Review* 90: 341-355.

Cass, D. y J.E. Stiglitz (1970). “The Structure of Investor Preferences and Asset Returns and Separability in Portfolio Allocation: A Contribution to the Pure Theory of Mutual Fund.” *Journal of Economic Theory* 2: 122-160.

Constantinides, G. M. (1990). “Habit Formation: A Resolution of the Equity Premium Puzzle.” *Journal of Political Economy* 98: 519-543.

Constantinides, G. M y D. Duffie (1996). “Asset Pricing with Heterogeneous Consumers.” *Journal of Political Economy* 104*:* 219-240.

de la Croix, D. (1998). “Growth and the Relativity of Satisfaction.” *Mathematical Social Sciences* 36: 105-125.

Eeckhoudt, L., C. Gollier y H. Schlesinger (1996). “Changes in Background Risk and Risk Taking Behavior.” *Econometrica* 64: 683-689.

Epstein, L. G. y S. E. Zin (1989). “Substitution, Risk Aversion, and the Temporal Behavior of Consumption Growth and Asset Returns I: A Theroretical Framework.” *Econometrica* 57: 937-969.

Epstein, L. G. y S. E. Zin (1991). “Substitution, Risk Aversion, and the Temporal Behavior of Consumption Growth and Asset Returns I: An Empirical Analysis.” *Journal of Political Economy* 99: 263-286.

Ferson, W. E. y G. M. Constantinidies (1991). “Habit Persistence and Durability in Aggregate Consumption: Empirical Test.” *Journal of Financial Economics* 29: 199-240.

Fisher, W. H. y F. X. Hof (2000). “Relative Consumption, Economic Growth, and Taxation.” *Journal of Economics* 72: 241-262.

Friend, I. y M.E. Blume (1975). “The Demand for Risky Assets.” *American Economic Review* 65: 900-922.

Galí, J. (1994). “Keeping Up with the Joneses: Consumption Externalities, Portfolio Choice, and Asset Prices.” *Journal of Money Credit and Banking* 26: 1-8.

Gollier, C. y J.W. Pratt (1996). “Risk Vulnerability and the Tempering Effect of Background Risk.” *Econometrica* 64*:* 1109-1123.

Hadar, J. y R. Russell (1969). "Rules for Ordering Uncertain Prospects." *American Economic Revie*w 59: 25-34.

Heaton, J. y D. Lucas (1995). "The Importance of Investor Heterogeneity and Financial Market Imperfections for the Behavior of Financial Assets. *Carnegie - Rochester Conference Series on Public Policy* 42: 1-32.

Heaton, J. y D. Lucas (1996). "Evaluating the Effects of Incomplete Markets on Risk Sharing and Asset Pricing." *Journal of Political Economy* 104: 443-488.

Jagannathan, R., E. R. McGrattan, R y A. Scherbina (2000). "The Declining U.S. Equity Premium" *Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review* 24: 3-19.

Kimball, M.S. (1990). "Precautionary Saving in the Small and in the Large." *Econometrica* 58: 53-73.

Kimball, M.S. (1993). "Standard Risk Aversion." *Econometrica* 61: 589-611.

Kocherlakota, N. R. (1990). "Disentangling the Coefficient of Relative Risk Aversion from the Elasticity of Intertemporal Substitution: An Irrelevance Result." *Journal of Financial Economics* 45: 175-190.

Kocherlakota, N. R. (1996). "The Equity Premium: It's Still a Puzzle." *Journal of Economic Literature* 34: 42-71.

Kydland, F. E. y E. C. Prescott (1982). "Time to Build and Aggregate Fluctuations." *Econometrica* 50: 1345-1370.

Lucas, R.E. Jr. (1978). "Asset Prices in an Exchange Economy." *Econometrica* 46: 1429-1445.

Lucas, D. (1994). "Asset Pricing with Undiversifiable Risk and Short Sales Constraints: Deepening the Equity Premium Puzzle." *Journal of Monetary Economics* 34: 325-342.

Mankiw, N. G. y S. P. Zeldes (1991). "The Equity Premium and the Concentration of Aggregate Shocks." *Journal of Financial Economics* 29: 97-112.

McGrattan, E. R y E. C. Prescott (2000). "Is the Stock Market Ovevalued?" *Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review* 24: 20-40.

McGrattan, E. R y E. C. Prescott (2001). "Taxes, Regulations, and Asset Prices." Working paper 610. Federal Reserve Bank of Minneapolis.

Mehra, R. y E. C. Prescott (1985). "The Equity Premium: A Puzzle." *Journal of Monetary Economics* 15: 145-162.

Pratt, J.W. (1964). "Risk Aversion in the Small and in the Large." *Econometrica* 32: 122-136.

Rothschild, M. y J.E. Stiglitz (1970). "Increasing Risk: I, A Definition." *Journal of Economic Theory* 2: 225-243.

Roy, A. (1994). "Multicountry Comparisons of Consumption-Based Capital Asset Pricing Model: Germany, Japan, and U.S.A." Manuscrito.

Rubio, G. (1991). "Formación de Precios en el Mercado Bursátil: Teoría y Evidencia Empírica." *Cuadernos Economicos de ICE* 49: 157-186.

Telmer, C. I. (1993). "Asset Pricing Puzzles and Incomplete Markets." *Journal of Finance* 48: 1803-1832.

Tobin, J. y W. Dolde (1971). "Wealth, Liquidity and Consumption." En: *Consumer Spending and Monetary Policy: The Linkage.* Federal Reserve Bank of Boston. Boston.

Weil, P. (1989). "The Equity Premium Puzzle and the Risk-Free Rate Puzzle." *Journal of Monetary Economics* 24: 401-421.

Weil, P. (1992). "Equilibrium Asset Prices with Undiversifiable Labor Income Risk." *Journal of Economic Dynamics and Control* 16: 769-790.

Widder, D.V. (1941). *The Laplace Transform.* Princeton University Press, Princeton NJ.