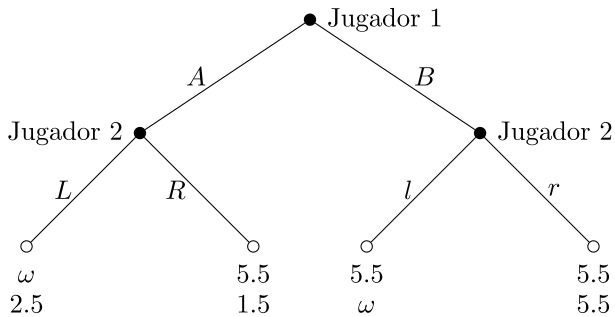
Apellido, Nombre ______________________________ NIU _______________ ω _____

Teoría de Juegos (Código 102477)

Quiz #2. 20.04.2018 **Grupo 1**.

1. Considere el siguiente árbol de un juego en forma extensiva:



- Define el conjunto de estrategias del jugador 1: $S_1 = \{$_______________$\}$;
- Define el conjunto de estrategias del jugador 2: $S_2 = \{$_______________$\}$;
- ¿Cuantos perfiles de estrategias hay? $\#S =$_____;
- ¿Cuantas jugadas hay en este juego? _____;
- Define el conjunto de equilibrios de Nash (construyendo el correspondiente juego en forma normal):

  $S^* = \{$_________________________$\}$.
- Define el conjunto de equilibrios por inducción hacia atrás.

  $\overleftarrow{S} = \{$_________________________$\}$.

Solución.

Formalizamos el juego Γ:

1. *El conjunto de jugadores* es $I = \{1, 2\}$.

2. *El árbol* K representado en la figura consiste del conjunto de nodos no terminales $X = \{x_1, x_2, x_3\}$ y del conjunto de nodos terminales $Z = \{z_1, z_2, z_3, z_4\}$. Para cada nodo no terminal $x \in X$ definimos los nodos seguidores inmediatos: $IF(x_1) = \{x_2, x_3\}$, $IF(x_2) = \{z_1, z_2\}$, $IF(x_3) = \{z_3, z_4\}$.

3. *Partición P:* el jugador 1 toma decisión en el nodo x_1, no tiene ningún nodo más donde le toca actuar, por lo tanto, $X_1 = \{x_1\}$; el jugador 2 toma decisión en los nodos x_2 y x_3, por lo tanto, $X_2 = \{x_2, x_3\}$.

4. *La familia de elecciones* $C(x)$. Para cada nodo no terminal $x \in X$ definimos el conjunto de las elecciones disponibles: $C(x_1) = \{A, B\}$, $C(x_2) = \{L, R\}$, $C(x_3) = \{l, r\}$.

5. Hay 4 posibles resultados del juego, cada jugador tiene unas preferencias sobre los resultados, *las utilidades* u de cada resultado posible. Dado que cada jugada se acaba en un nodo terminal (con un resultado), podemos definir los pagos de los jugadores para cada nodo terminal.

El jugador 1 solo tiene un nodo según la partición P: $X_1 = \{x_1\}$, por lo tanto, cada su estrategia solo consiste de su elección sobre $C(x_1)$: $S_1 = \{A, B\}$.

El jugador 2 tiene dos nodos según la partición P: $X_2 = \{x_2, x_3\}$, por lo tanto, cada su estrategia consiste de su elección sobre $C(x_2) = \{L, R\}$ y su elección sobre $C(x_3) = \{l, r\}$, por lo tanto, tiene 4 estrategias: $S_2 = \{Ll, Lr, Rl, Rr\}$.

Dado que $\#S_1 = 2$ y $\#S_2 = 4$, en total, hay 8 *perfiles de estrategias.*

Dado que hay 4 nodos terminales, hay 4 jugadas: (x_1, x_2, z_1), (x_1, x_2, z_2), (x_1, x_3, z_3), (x_1, x_3, z_4).

Construimos el correspondiente juego en forma normal:

Jugador 2

		Ll	Lr	Rl	Rr
Jugador 1	A	ω, 2.5	ω, 2.5	5.5, 1.5	5.5, 1.5
	B	5.5, ω	5.5, 5.5	5.5, ω	5.5, 5.5

Los equilibrios de Nash y el equilibrio obtenido por inducción hacia atrás dependen del valor de ω. Consideramos dos casos.

(i) $\omega \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, es decir, $\omega < 5.5$;

(ii) $\omega \in \{6, 7, 8, 9\}$, es decir, $\omega > 5.5$.

Caso (i). Marcamos las mejores respuestas de los dos jugadores:

Jugador 2

		Ll	Lr	Rl	Rr
Jugador 1	A	ω, **2.5**	ω, **2.5**	**5.5**, 1.5	**5.5**, 1.5
	B	**5.5**, ω	**5.5**, **5.5**	**5.5**, ω	**5.5**, **5.5**

Por inspección, el conjunto de los equilibrios de Nash es $S^* = \{(B, Lr), (B, Rr)\}$.

Resolvemos el juego por inducción hacia atrás: en el nodo x_3 el jugador 2 prefiere r (ω <5.5); en el nodo x_2 el jugador 2 prefiere L (2.5>1.5); en el nodo x_1 el jugador 1 prefiere B (ω <5.5). Por lo tanto, $\overleftarrow{S} = \{(B, Lr)\}$.

Caso (ii). Marcamos las mejores respuestas de los dos jugadores:

Jugador 2

		Ll	Lr	Rl	Rr
Jugador 1	A	$\boldsymbol{\omega}$**, 2.5**	$\boldsymbol{\omega}$, **2.5**	**5.5**, 1.5	**5.5**, 1.5
	B	5.5, $\boldsymbol{\omega}$	5.5, 5.5	**5.5**, $\boldsymbol{\omega}$	**5.5**, 5.5

Por inspección, el conjunto de los equilibrios de Nash es $S^* = \{(A, Ll), (A, Lr), (B, Rl)\}$.

Resolvemos el juego por inducción hacia atrás: en el nodo x_3 el jugador 2 prefiere l ($\omega >$5.5); en el nodo x_2 el jugador 2 prefiere L (2.5>1.5); en el nodo x_1 el jugador 1 prefiere A ($\omega >$5.5). Por lo tanto, $\overleftarrow{S} = \{(A, Ll)\}$.