Game Theory (Code 102477)

Facultat d'Economia i Empresa
Universitat Autònoma de Barcelona (UAB). Marina Bannikova

Lista de ejercicios #4

4.1.- Encuentre las estrategias dominadas y dominantes en los siguientes juegos (en caso si existen). ¿Hay equilibrio de estrategias dominantes en algún juego?

(a)

	L	R
T	$1,5$	$0,3$
B	$2,3$	$1,1$

(b)

	V	W	X	Y	Z
A	$3,0$	$3,3$	$2,3$	$2,2$	$2,1$
B	$4,4$	$3,2$	$3,3$	$1,1$	$3,0$
C	$5,2$	$3,1$	$3,2$	$2,2$	$3,2$
D	$5,0$	$2,2$	$3,3$	$0,0$	$3,0$
E	$5,3$	$1,1$	$1,1$	$2,2$	$1,1$

(c)

X			Y		
	L	R		L	R
T	$3,3,3$	$1,1,1$	T	$2,0,3$	$0,2,0$
M	$2,0,2$	$3,5,4$	M	$4,2,1$	$1,0,3$
B	$2,3,1$	$2,1,2$	B	$2,3,1$	$0,3,0$

4.2.- Dos jugadores (1 y 2) participan en una subasta de un cuadro. Se saben los valores que asignan los jugadores v_1 y v_2, tal que $v_1 > v_2 > 0$. La empresa que organiza la subasta recibirá sus ofertas (non-negativos x_1 y x_2) en sobre cerrado. El jugador con la oferta más grande recibirá el cuadro, pero pagando el precio que ha ofrecido el otro jugador (el que ha perdido). Si las ofertas están iguales, el jugador 1 por defecto recibe el cuadro pagando el precio de su oferta.

(a) Escriba las funciones de beneficios de los dos jugadores.

(b) Obtenga y dibuja las mejores respuestas de los dos jugadores.

(c) Utiliza el gráfico para identificar la estrategia dominante de cada jugador.

(d) Denota en el gráfico el conjunto de equilibrios de Nash y el equilibrio de estrategias dominantes. Lo comentas.

4.3.- Hay 10 ubicaciones con sus correspondientes valores, tal que $a_1 < \cdots < a_{10}$. Al jugador i ($i = 1, 2$) están asignados n_i soldados ($n_i < 10$). Cada jugador tiene que distribuir sus soldados en las ubicaciones. A cada ubicación en particular él puede asignar como máximo, un soldado. El pago en la ubicación k al jugador cuyo soldado no tenga rival es a_k, y $-a_k$ a su oponente. Si los dos jugadores tienen un soldado en la ubicación k, entonces los pagos son cero a los ambos. El pago total a cada jugador se calcula sumando los pagos recibidos en cada ubicación. Enseña que este juego tiene un único equilibrio de estrategias dominantes.

4.4.- Encuentra los conjuntos de los equilibrios de Nash y equilibrios sofisticados (en estrategias puras) de los siguientes juegos en forma normal:

(a)

	L	C	R
T	$2,0$	$1,1$	$4,2$
M	$3,4$	$1,2$	$2,3$
B	$1,3$	$0,2$	$3,0$

.

(b)

	L	C	R
T	$4,4$	$1,1$	$1,0$
M	$1,2$	$0,3$	$2,3$
B	$0,1$	$0,0$	$0,-1$

.

(c)

	L	C	R
T	$6,6$	$8,20$	$0,8$
M	$10,0$	$5,5$	$2,8$
B	$8,0$	$20,0$	$4,4$

.

(d)

	V	W	X	Y	Z
A	$1,5$	$3,4$	$2,5$	$1,3$	$6,2$
B	$0,1$	$4,1$	$1,1$	$4,1$	$0,1$
C	$2,1$	$3,5$	$3,3$	$2,3$	$1,3$
D	$4,1$	$2,2$	$4,1$	$2,3$	$5,0$
E	$1,5$	$2,2$	$4,2$	$1,2$	$5,2$

.

(e)

	X			Y	
	L	R		L	R
T	$3,4,4$	$1,3,3$	T	$4,0,5$	$0,1,6$
B	$8,1,4$	$2,0,6$	B	$5,1,3$	$1,2,5$

4.5.- La sociedad formada por tres agentes $\{1,2,3\}$ tiene que eligir uno de los tres candidatos $\{a,b,c\}$. La regla de votación es la votación por pluralidad, el jugador 1 rompe empates. Es decir, los conjuntos de estrategias son $S_1 = S_2 = S_3 = \{a,b,c\}$, y, si los agentes votan (s_1, s_2, s_3) el candidato elegido es s_2, si $s_2 = s_3$ y s_1 y $s_2 \neq s_3$. Supongamos ahora que para los miembros de la sociedad la utilidad de varios candidatos refleja el efecto de Condorcet.

$$u_1(a) > u_1(b) > u_1(c)$$
$$u_2(b) > u_2(c) > u_2(a)$$
$$u_3(c) > u_3(a) > u_3(b).$$

Enseña que el juego se puede resolver por la dominancia y obtenga su equilibrios sofisticado.

4.6.- Cada de los dos jugadores anuncia un número integro non-negativo de $\{1,2,3,4\}$. Si $s_1 + s_2 \leq 4$, donde s_i es el número anunciado por el jugador i, entonces, cada jugador i recibe pago s_i. Si $s_1 + s_2 > 4$ y $s_i < s_j$ entonces, el jugador i recibe s_i y el jugador j recibe $4 - s_i$; si $s_1 + s_2 > 4$ y $s_1 = s_2$ entonces cada jugador recibe 2. Enseña que el juego se puede resolver por dominancia y encuentra el conjunto de los equilibrios sofisticados.

4.7.- Considere los juegos en la forma extensiva con informacion perfecta de las Figuras 1, 2, 3 and 4. Para cada juego encuentra el conjunto de los equilibrios perfectos de subjuegos y verifique que ellos coinciden con el conjunto de equilibrios de Nash que se obtienen por la inducción hacía atrás.

4.8.- Considere el juego en la forma extensiva de la Figura 5. Encuentre como función de f, el conjunto de equilibrios perfectos de subjuegos (en estrategias puras).

4.9.- Encuentre todos los equilibrios perfectos de subjuegos de Nash de los juegos en Figuras 6 y 7 (en estrategias puras y mixtas). Apunta las estrategias de los equilibrios y los pagos correspondientes.

4.10.- Eres el votante 1, eres uno de los 5 miembros del comité, que tiene que elegir un resultado de (A, B, C, D). Supongamos que las preferencias de los miembros es el conocimiento común:

You	Votante 2	Votante 3	Votante 4	Votante 5
A	C	C	B	D
D	D	B	A	B
B	A	D	C	A
C	B	A	D	C

En cada ronda el ganador está determinado por la mayoría. ¿Cual de los siguientes procedimientos prefieres que este implementado si todos los miembros actúan estrategicamene? Compara los 4 resultados obtenidos con los resultados que serían implementados si los votantes votarían sinceramente?

(a) Primero A contra B, después C versus D, y al final los dos ganadores uno contra el otro.

(b) Primero A contra B, después el ganador contra C, y al final el que queda contra D.

(c) Primero A contra D, después B contra C, y al final los dos ganadores uno contra el otro.

(d) Primero D contra A, después el ganador contra B, y al final el que queda contra C.

4.11.- Considere el siguiente problema de votación. Hay 4 alternativas: A, B, C, D. Hay 5 votantes con las siguientes ordenaciones de preferencias, cuales son el conocimiento común:

Votante 1	Votante 2	Votante 3	Votante 4	Votante 5
A	A	C	D	C
B	B	D	A	B
C	D	B	C	D
D	C	A	B	A

El orden de votación es el siguiente: primero A compite contra B, después C compete contra D, y al final los dos ganadores competen para determinar el resultado final. En cada ronda el ganador está determinado por la mayoría. Encuentre el resultado final si los votantes 1 y 2 actúan estrategicamente (y saben que solo ellos actúan así) y saben todas las preferencias y que los otros votantes votan sinceramente, no estrategicamente.

4.12.- Asumimos los siguientes preferencias (que son conocimiento común) de los 5 miembros del comité sobre el conjunto de alternativas $\{A, B, C\}$:

Votante 1	Votante 2	Votante 3	Votante 4	Votante 5
A	B	C	C	B
B	C	A	A	C
C	A	B	B	A

¿Cuál es el resultado de votación con el orden A contra B, el ganador contra C, si solo el votante 2 actúa estrategicamente (y lo sabe que es el caso)? Si el votante 2 puede enseñar a como máximo una persona mas actuar estrategicamente, ¿A quién debería enseñar asumiendo que el votante 5 no puede votar estrategicamente por alguna razón?

4.13.- Los jugadores 1 y 2 están negociando sobre como dividir un euro. Ambos jugadores nombran simulaneamente la cantidad que les gustaría obtener, s_1 y s_2, donde $s_1, s_2 \in [0, 1]$. Si $s_1 + s_2 \leq 1$, entonces los jugadores reciben las cantidades que han nombrado; si $s_1 + s_2 > 1$, entonces ambos reciben cero.

(a) Encuentre los equilibrios de Nash (en estrategias puras) de este juego.

Supongamos que el jugador 2, antes de elegir s_2, sabe s_1, y es conocimiento común.

(b) Encuentre los equilibrios de Nash (en estrategias puras) del juego modificado.

(c) Encuentre el equilibrio perfecto de subjuegos de Nash (en estrategias puras) de ese juego modificado.

4.14.- Considere el juego de dos etapas en la forma extensiva de la Figura 8. Este juego representa el problema del entrante y monopolista. Supongamos que $M > A > 0 > F$ y consideramos solo estrategias puras.

(a) Encuentre los equilibrios de Nash de este juego.

(b) Encuentre el equilibrio perfecto de subjuegos.

Supongamos que el monopolista, antes de la decisión del entrante, puede decidir si invertir o no en un proyecto que le bajará sus ganancias en cantidad $K > 0$ (donde $M - K > A$), salvo que él luche contra el entrante. Supongamos que el entrante puede observar, antes de tomar la decisión si entrar o no, la inversión que ha hecho el monopolista.

(c) Encuentre los equilibrios perfectos de subjuegos de este nuevo juego de tres etapas.

4.15.- Considere una indústria con $n+1$ empresas idénticas: $\{0, 1, ..., n\}$. Cada empresa tiene costes marginales constantes iguales a 1 y no tiene costes fijos. La función de demanda inversa es $p(Q) = \max\{0, 2 - Q\}$, donde Q representa la cantidad agregada vendida en el mercado. Las empresas deciden la cantidad que van a producir de la siguiente manera: la empresa 0 elige primero su cantidad q_0, y después, sabiendo la cantidad q_0, las empresas $1, ..., n$ deciden simultáneamente sus cantidades (observamos que si $n = 1$ tenemos el modelo de Stackelberg).

(a) Para cada q_0, encuentre las cantidades producidas por empresas $1, ..., n$ en el equilibrio simétrico, es decir, $q = q_i$ para cada $i = 1, ..., n$) del subjuego que empieza en q_0.

(b) Encuentre la correspondiente al equilibrio cantidad q_0 de ese equilibrio perfecto de subjuegos.

(c) Demuestra que la canidad producida por la empresa 0 en el equilibrio perfecto de subjuegos no depende de n, pero sus beneficios es la función decreciente en n.

4.16.- Considere la forma extensiva del juego con la información perfecta de la Figura 9.

(a) Encuentre el conjuno de equilibrios perfectos de subjuegos.

(b) Obtenga la correspondiente forma normal del juego y sus equilibrios de Nash (en estrategias puras).

(c) Encuentre el conjunto de equilibrios sofisticados. Coméntalo.

4.17.- Encuentre todos los equilibrios perfectos de subjuegos (en estrategias puras) de la siguiente juego en dos etapas con dos jugadores. En la primera etapa, los jugadores juegan el juego de la izquierda, después, sabiendo su resultado, juegan el juego de la derecha.

	A_2	B_2
A_1	$1,1$	$5,0$
B_1	$0,5$	$4,4$

	C_2	D_2
C_1	$3,3$	$1,4$
D_1	$4,1$	$2,2$

.

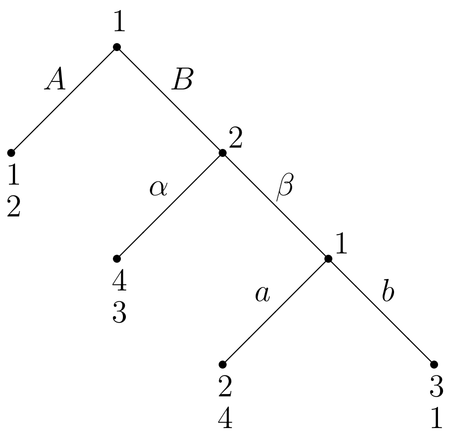

Figura 1

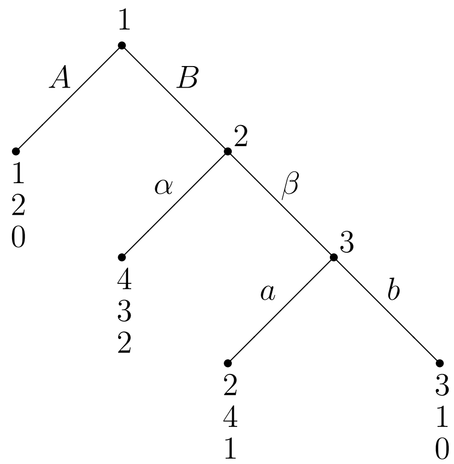

Figura 2

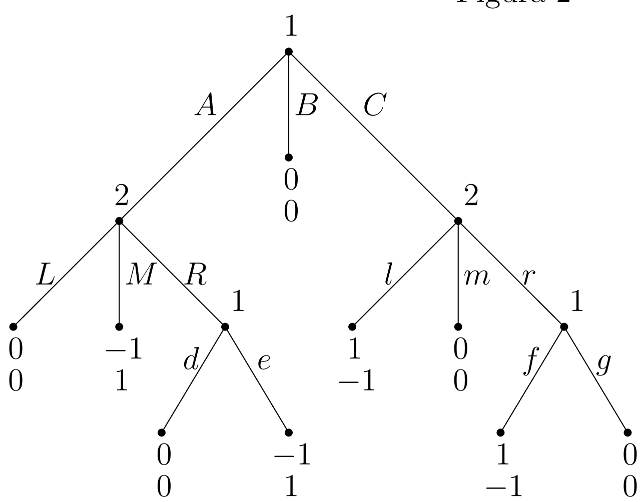

Figura 3

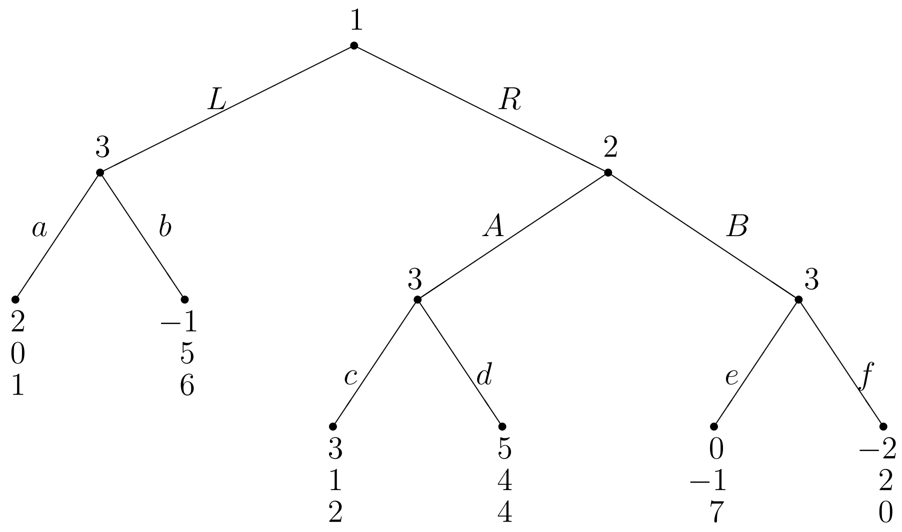

Figura 4

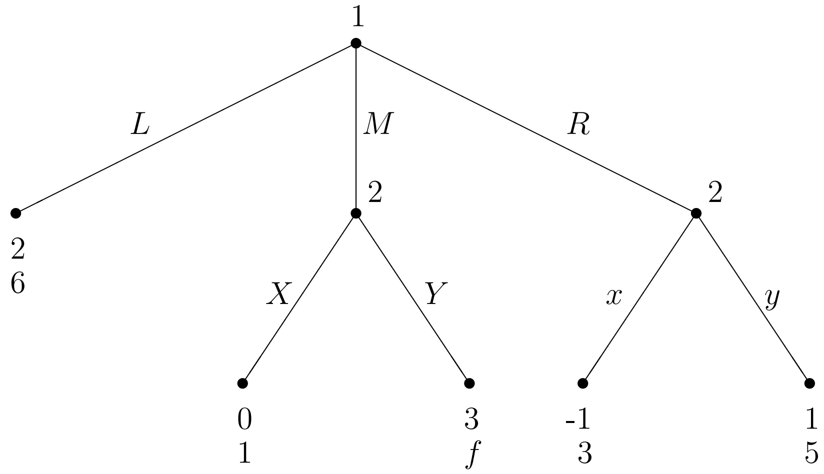

Figura 5

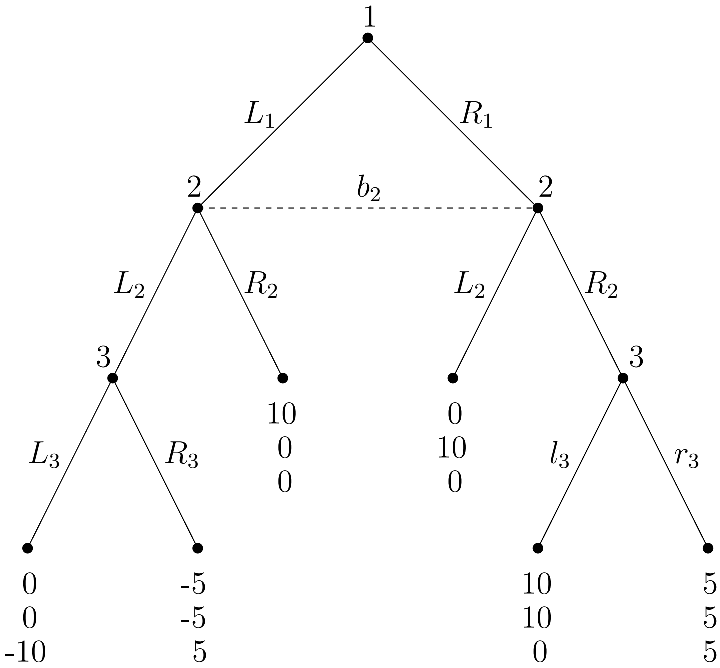
1
L_1
R_1
2
b_2
2
L_2
R_2
L_2
R_2
3
3
10 0 0
0 10 0
L_3
R_3
l_3
r_3
0 0 -10
-5 -5 5
10 10 0
5 5 5

Figura 6

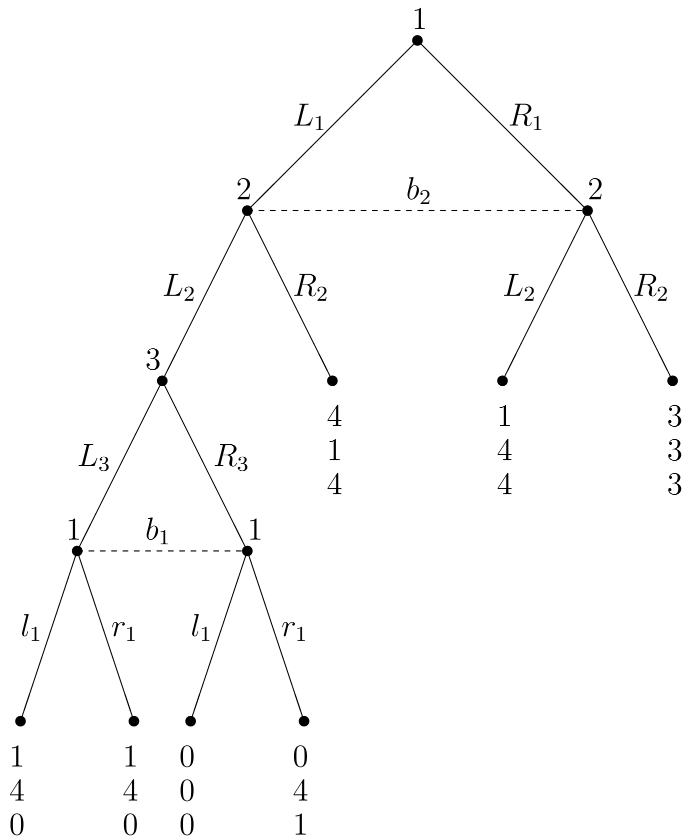

Figura 7

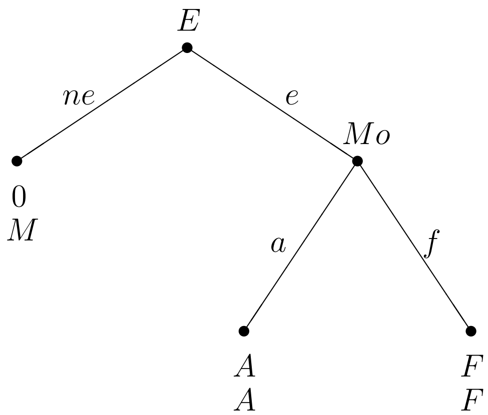

Figura 8

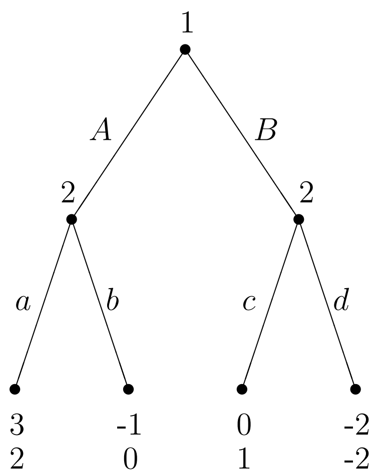

Figura 9