Teoría de Juegos (Código: 102477)

Facultat d'Economia i Empresa
Universitat Autònoma de Barcelona (UAB). Marina Bannikova

Lista de Ejercicios #3

3.1.- Considere el juego en forma extensiva con información completa Γ de la Figura 1.

(a) Encuentre el conjunto de Equilibrios de Nash obtenidos por la inducción hacia atrás.

(b) Obtenga su correspondiente juego en forma normal.

(c) Encuentre todos los equilibrios de Nash (en estrategias puras) de su forma normal y verifique que los equilibrios obtenidos en (a) es el subconjunto de los equilibrios obtenidos en (c).

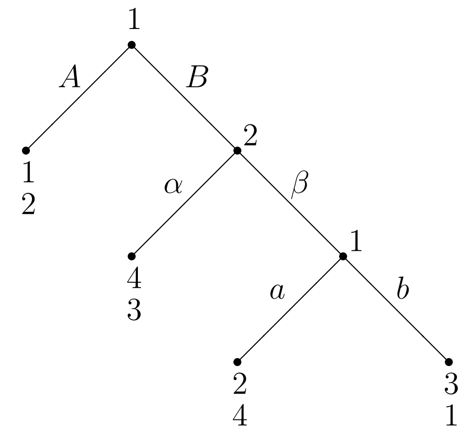

Figura 1:

3.2.- Considere los juegos en forma extensiva con información perfecta de las Figuras 2,3, y 4. Para cada de estos juegos responde a las siguientes preguntas.

(a) ¿Cuántas estrategias tiene cada jugador?

(b) Apunte todas las estrategias de los dos jugadores.

(c) Identifique todos equilibrios de Nash que se obtienen por inducción hacía atrás.

(d) Encuentre equilibrio de Nash que no se puede obtener por inducción hacía atrás.

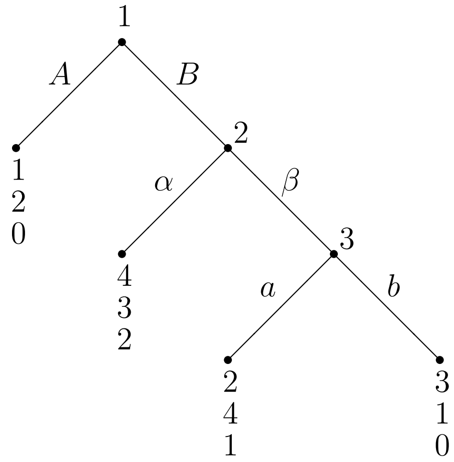

Figura 2:

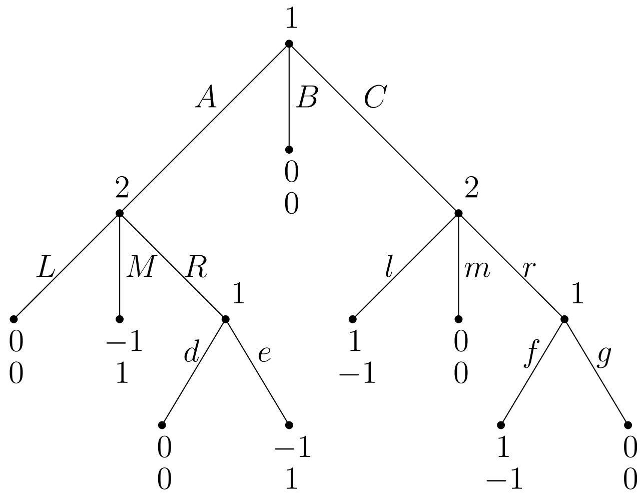

Figura 3:

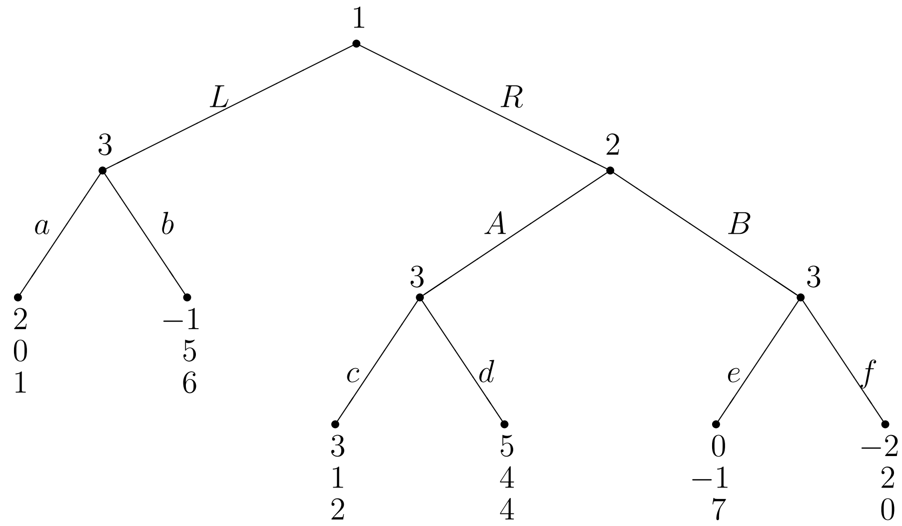

Figura 4:

3.3.- Un comité de tres miembros, $\{1, 2, 3\}$, tiene que eligir un miembro nuevo de los cuatro candidatos, $\{a, b, c, d\}$. Cada miembro del comité tiene el poder de veto, que se ejecuta empezando por el miembro 1, después el miembro 2, después el miembro 3. Cada miembro del comité puede vetar un único candidato de los que no han sido vetado aún.

(a) Dibuja la forma extensiva del juego, nombrando los nodos terminales por los nombres de los candidatos elegidos.

(b)¿Cuántas estrategias tiene cada jugador? No hace falta nombrarlos (por ejemplo, el jugador 3 tiene más que 4,000 estrategias).

(c) Especifique 2 diferentes conjuntos de preferencias estrictas para los miembros del comité (sobre el conjunto de candidatos). Encuentre asociado con estas preferencias el equilibrio de Nash por inducción hacía atrás.

Si los miembros del comité no se comportarían *estratégicamente*, ¿sería elegido un otro candidato?, ¿seria vetado un otro candidato?

3.4.- Consideramos las dos siguientes versiones de un juego secuencial con 2 jugadores, en cuales el jugador 1 elige entre T y B, y el jugador 2 elige entre L y R. En la primer version el jugador 1 elige primero y, después de observar la elección del jugador 1, el jugador 2 elige. En la segunda version el procedimiento es inverso: el jugador 2 elige primero y, después de observar la elección del jugador 2, el jugador 1 elige. Los pagos de cada combinación de elecciones viene dada por la siguiente tabla:

	L	R
T	$6,2$	$1,1$
B	$1,1$	$2,6$

(a) Dibuje las versiones del juego en forma extensiva.

(b) Para cada version, encuentre los equilibrios por inducción hacia atrás y sus pagos asociados.

(c) ¿Es importante la ordenación?

3.5.- Consideramos la siguiente juego. Hay 4 fichas en la mesa. Y hay 3 jugadores que juegan en orden: primero juega el jugador 1, después el jugador 2, después l jugador 3, etc. hasta que no se acaban las fichas. En su torno cada jugador coge o una o dos fichas (si es posible). Cada ficha da un pago de 10 Euros, salvo que la ultima ficha, con la cual se pierde 10 euros. El juego se acaba cuando todas las fichas están en los manos de los jugadores.

(a) Represente el juego en forma extensiva.

(b) ¿Que debería hacer el primer jugador: coger una ficha o dos?

(c) SI tienes que participar en el juego, ¿cuál jugador prefererías ser: primero, segundo o tercero?

3.6.- (en Gibbons) Stackelberg (1934) ha propuesto un modelo dinámico de duopolia en el cual una empresa dominante (o líder) decide primero, eligiendo una cantidad $q_1 \geq 0$, y después la empresa subordinada (o seguidora) decide en segundo lugar después de observar q_1, eligiendo una cantidad $q_2 \geq 0$. Los pagos de la empresa i está dada por las siguientes funciones de beneficios: i

$$\pi_i(q_1, q_2) = q_i[p(Q) - c],$$

donde $P(Q) = \text{máx}\{a - Q, 0\}$ es el precio de equilibrio de mercado cuando la cantidad agregada es $Q = q_1 + q_2$, y c es el coste marginal constante de producción (siendo cero los costes fijos). Resuelve este juego aplicando inducción hacía atrás.

3.7.- (en Gibbons) En el modelo de Leontief (1946) de relacion entre entre una empresa y un único sindicato (es decir, un sindicato que tiene el poder de monopolio de ofrecer la fuerza de trabajo a la empresa), el sindicato tiene poder exclusivo sobre los salarios, pero la empresa tiene el control exclusivo del nivel de empleo. La función de utilidad del sindicato es $U(w, L)$, donde w es el salario que el sindicato pide a la empresa y L es el nivel de empleo. Supongamos que $U(w, L)$ es creciente en los dos argumentos w y L. La función de beneficios de la empresa $\pi(w, L) = R(L) - wL$,, donde $R(L)$ son los ingresos que la empresa obtiene si emplea L trabajadores (y toma de forma óptima las correspondientes decisiones de producción y de estrategia de mercado).

Supongamos que $R(L)$ es creciente y cóncava y satisface las siguientes propiedades: (i) $R(0) = 0$, (ii) $\lim_{L\to 0} R(L) = \infty$ y (iii) $\lim_{L\to\infty} R(L) = 0$.

Supongamos que el desarrollo temporal del juego es: (1) el sindicato efectúa una demanda salarial, w; (2) la empresa observa (y acepta) w y escoge entonces el nivel de empleo, L;.(3) las ganancias son $U(w, L)$ y $\pi(w, L)$. Podemos decir bastantes cosas sobre el resultado por inducción hacia atrás de este juego, aun sin haber supuesto ninguna forma funcional concreta de U(w,L) y R(L), pero no podemos calcular el resultado explícitamente. Resuelve el jugo aplicando la inducción hacía atrás.

3.8.- (en Gibbons) Supongamos que un padre y un hijo participan en el siguiente juego. Primero el hijo toma una acción, A, que resulta en un ingreso para él, $I_c(A)$, y en un ingreso para el padre, $I_p(A)$. (Pensemos en $I_c(A)$ como el ingreso dél hijo, neto de cualquier coste de la acción A.) En segundo lugar, el padre observa los ingresos I_c y I_p y escoge una herencia, B, que dejar al hijo. La ganancia del hijo es $U(I_c+B)$; la del padre es $V(I_p-B)+kU(I_c+B)$, donde $k > 0$ refleja la preocupación del padre por el bienestar del hijo. Supongamos que la acción es un número no negativo, $A_c > 0$, que las funciones de ingreso $I_c(A)$ e $I_p(A)$ son estrictamente cóncavas Y tienen un máximo en $A_c > 0$ y $A_p > 0$ respectivamente, que la herencia B puede ser positiva o negativa y que las funciones de utilidad U y V son crecientes y estrictamente cóncavas. Demuéstre que en el resultado por inducción hacia atrás, el hijo escoge la acción que maximiza el ingreso agregado de la familia $I_c(A) + I_p(A)$, a pesar de que sólo la función de ganancias del padre es de alguna forma altruista.

3.9.- (En Gibbons) Supongamos ahora que padre e hijo juegan un juego diferente del ejercicio 3.8. Los ingresos I_c e I_p están fijados exógenamente. Primero, el hijo decide qué parte del ingreso I_c ahorrará ($S \geq 0$) para el futuro, consumiendo el resto ($I_c - S$) hoy. En segundo lugar, el padre observa la elección de S por parte del hijo y escoge una herencia, $B \in \mathbb{R}$. La ganancia del hijo es la suma de las utilidades presente y futura:

$$U_1(I_c - S) + U_2(S + B).$$

La ganancia del padre es

$$V(I_p - B) + k[U_1(I_c - S) + U_2(S + B)].$$

Supongamos que las funciones de utilidad U_l, U_2, y V son crecientes y estrictamente cóncavas. Demuéstre que en el resultado por inducción hacia atrás, el hijo ahorra demasiado poco, para inducir al padre a dejarle una herencia mayor (es decir, tanto las ganancias del padre como las del hijo podrían aumentar si S fuera convenientemente más alto y B convenientemente más bajo).

3.10.- Construye las formas normales y obtiene sus correspondientes equilibrios de Nash en estrategias puras de los siguientes juegos en forma extensiva.

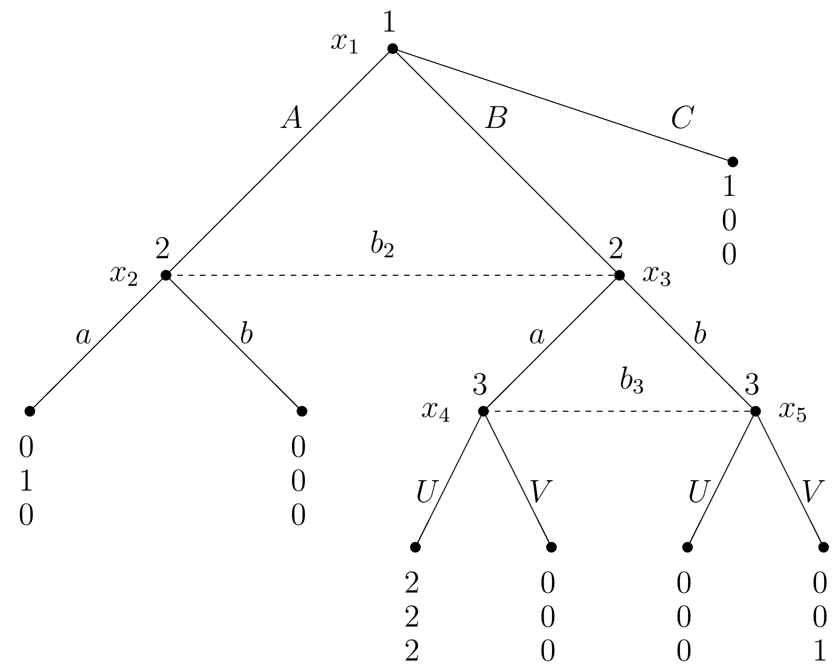

Figura 5:

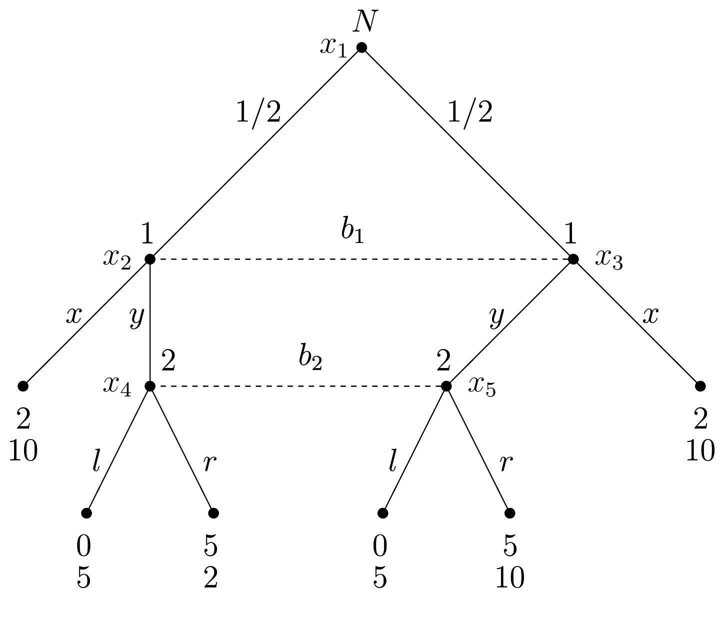

Figura 6: