

Cálculo de Derivadas

Sean a , b y k constantes (números reales) y consideremos a: u y v como funciones.

Derivada de una constante

$$f(x) = k \qquad f'(x) = 0$$

Derivada de x

$$f(x) = x \qquad f'(x) = 1$$

Derivada de la función lineal

$$f(x) = ax + b \qquad f'(x) = a$$

Derivada de una potencia

$$f(x) = u^k \qquad f'(x) = k \cdot u^{k-1} \cdot u'$$

Derivada de una raíz cuadrada

$$f(x) = \sqrt{u} \qquad f'(x) = \frac{u'}{2 \cdot \sqrt{u}}$$

Derivada de una raíz

$$f(x) = \sqrt[k]{u} \qquad f'(x) = \frac{u'}{k \cdot \sqrt[k]{u}^{k-1}}$$

Ejemplos de derivadas

$$f(x) = -2 \qquad f'(x) = 0$$

$$f(x) = -5x \qquad f'(x) = -5$$

$$f(x) = -\frac{7}{2}x - 3 \quad f'(x) = -\frac{7}{2}$$

$$f(x) = x^4 \quad f'(x) = 4x^3$$

$$f(x) = x^{-4} \quad f'(x) = -4x^{-3} = -\frac{4}{x^3}$$

$$f(x) = \left(2x - \frac{1}{2}\right)^3 \quad f'(x) = 3\left(2x - \frac{1}{2}\right)^2 \cdot 2$$

$$f(x) = \sqrt{5x+2} \quad f'(x) = \frac{5}{2\sqrt{5x+2}}$$

$$f(x) = \sqrt[4]{2x-4} \quad f'(x) = \frac{2}{4\sqrt[3]{(2x-4)^3}}$$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} = x^{-\frac{1}{2}} \quad f'(x) = -\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}-1} = -\frac{1}{2}x^{-\frac{3}{2}} = -\frac{1}{2\sqrt{x^3}}$$

Derivadas de sumas, productos y cocientes

Derivada de una suma

$$f(x) = u \pm v \quad f'(x) = u' \pm v'$$

Derivada de una constante por una función

$$f(x) = k \cdot u \quad f'(x) = k \cdot u'$$

Derivada de un producto

$$f(x) = u \cdot v \qquad f'(x) = u' \cdot v + u \cdot v'$$

Derivada de una constante partida por una función

$$f(x) = \frac{k}{v} \qquad f'(x) = \frac{-k \cdot v'}{v^2}$$

Derivada de un cociente

$$f(x) = \frac{u}{v} \qquad f'(x) = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$$

Ejemplos de derivadas con operaciones de funciones

$$f(x) = -2x^2 \qquad f'(x) = -4x$$

$$f(x) = -2x^2 - 5x + 2 \qquad f'(x) = -4x - 5$$

$$f(x) = 3x^3 - 2x^2 - 5x + 2 \qquad f'(x) = 9x^2 - 4x - 5$$

$$f(x) = x^4 + 3x^3 - 2x^2 - 5x + 2 \qquad f'(x) = 4x^3 + 9x^2 - 4x - 5$$

$$f(x) = (x^2 - 1)(x^3 + 3x) \qquad f'(x) = 2x(x^3 + 3x) + (x^2 - 1)(3x^2 + 3)$$

$$f(x) = \frac{3(x^2 + 2)^3}{5} = \frac{3}{5}(x^2 + 2)^3 \qquad f'(x) = \frac{3}{5} \cdot 3(x^2 + 2)^2 \cdot 2x = \frac{18}{5}x(x^2 + 2)^2$$

$$f(x) = \frac{3x^3 + x + 2}{5x^2 + 1} \qquad f'(x) = \frac{(9x^2 + 1)(5x^2 + 1) - (3x^3 + x + 2)(10x)}{(5x^2 + 1)^2} =$$
$$= \frac{15x^4 + 4x^2 - 20x + 1}{(5x^2 + 1)^2}$$

$$f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{x+1} \quad f'(x) = \frac{\frac{1}{2\sqrt{x-1}}(x+1) - \sqrt{x-1}}{(x+1)^2} = \frac{x+1-2(x-1)}{2(x+1)^2\sqrt{x-1}}$$

$$= \frac{-x+3}{2(x+1)^2\sqrt{x-1}}$$

$$f(x) = \frac{2}{\sqrt{x}} \quad f'(x) = \frac{-2 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}}{(\sqrt{x})^2} = \frac{-\frac{1}{\sqrt{x}}}{x} = -\frac{1}{x\sqrt{x}}$$

Derivadas exponenciales

Derivada de la función exponencial

$$f(x) = a^u \quad f'(x) = u' \cdot a^u \cdot \ln a$$

Derivada de la función exponencial de base e

$$f(x) = e^u \quad f'(x) = u' \cdot e^u$$

Ejemplos de derivadas exponenciales

$$f(x) = 2^{x^2-1} \quad f'(x) = 2x \cdot 2^{x^2-1} \cdot \ln 2$$

$$f(x) = 3^{\sqrt{x^2-1}} \quad f'(x) = \frac{2x}{2\sqrt{x^2-1}} 3^{\sqrt{x^2-1}} \cdot \ln 3 = \frac{x}{\sqrt{x^2-1}} 3^{\sqrt{x^2-1}} \cdot \ln 3$$

$$f(x) = e^{\frac{1}{x}} \quad f'(x) = -\frac{1}{x^2} e^{\frac{1}{x}}$$

$$f(x) = x^3 \cdot e^{-3x} \quad f'(x) = 3x^2 \cdot e^{-3x} + x^3 \cdot (-3) \cdot e^{-3x} = 3x^2 \cdot e^{-3x} (1-x)$$

$$f(x) = \frac{e^{2x}}{\sqrt{x}}$$

$$f'(x) = \frac{2 \cdot e^{2x} \cdot \sqrt{x} - e^{2x} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}}{(\sqrt{x})^2} = \frac{4xe^{2x} - e^{2x}}{2\sqrt{x} \cdot x} = \frac{4xe^{2x} - e^{2x}}{2x\sqrt{x}} =$$

$$= \frac{e^{2x}(4x-1)}{2x\sqrt{x}}$$

Derivada de logaritmos

Derivada de un logaritmo

$$f(x) = \log_a u \quad f'(x) = \frac{u'}{u} \cdot \log_a e$$

Como, $\log_a e = \frac{\ln e}{\ln a} = \frac{1}{\ln a}$ también se puede expresar así:

$$f(x) = \log_a u \quad f'(x) = \frac{u'}{u} \cdot \frac{1}{\ln a}$$

Derivada de un logaritmo neperiano

$$f(x) = \ln u \quad f'(x) = \frac{u'}{u}$$

Ejemplos de derivadas de logaritmos

$$f(x) = \log_2 (x^4 - 3x)$$

$$f'(x) = \frac{4x^3 - 3}{(x^4 - 3x)} \cdot \log_2 e$$

$$f(x) = \sqrt[3]{\log_4 3x}$$

$$f'(x) = \frac{1}{3 \sqrt[3]{(\log_4 3x)^2}} \cdot \frac{3}{3x} \cdot \log_4 e = \frac{\log_4 e}{3x \sqrt[3]{(\log_4 3x)^2}}$$

$$f(x) = \ln\left(\frac{1-x}{1+x}\right)$$

Aplicando las propiedades de los logaritmos tenemos:

$$f(x) = \ln(1-x) - \ln(1+x)$$

$$f'(x) = \frac{-1}{1-x} - \frac{1}{1+x} = \frac{-1-x-1+x}{(1-x)(1+x)} = \frac{-2}{1-x^2}$$

$$f(x) = \log \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$$

Aplicando las propiedades de los logaritmos tenemos:

$$f(x) = \frac{1}{2} \log\left(\frac{1+x}{1-x}\right) = \frac{1}{2} [\log(1+x) - \log(1-x)]$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1+x} \cdot \log e + \frac{1}{1-x} \cdot \log e \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1+x} + \frac{1}{1-x} \right) \log e = \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1-x+1+x}{1-x^2} \right) \log e = \frac{1}{1-x^2} \cdot \log e \end{aligned}$$

$$f(x) = x^5 \cdot \ln x$$

$$f'(x) = 5x^4 \cdot \ln x + x^5 \cdot \frac{1}{x} = 5x^4 \cdot \ln x + x^4 = x^4 (5 \ln x + 1)$$

$$f(x) = \ln^5 3x = (\ln 3x)^5$$

$$f'(x) = 5 \cdot (\ln 3x)^4 \cdot \frac{3}{3x} = \frac{5}{x} \cdot \ln^4 3x$$

Derivadas trigonométricas

Derivada del seno

$$f(x) = \operatorname{sen} u \qquad f'(x) = u' \cdot \operatorname{cos} u$$

Derivada del coseno

$$f(x) = \cos u \quad f'(x) = -u' \cdot \operatorname{sen} u$$

Derivada de la tangente

$$f(x) = \operatorname{tg} u \quad f'(x) = \frac{u'}{\cos^2 u} = u' \cdot \sec^2 u = u' \cdot (1 + \operatorname{tg}^2 u)$$

Derivada de la cotangente

$$f(x) = \operatorname{cotg} u \quad f'(x) = -\frac{u'}{\operatorname{sen}^2 u} = u' \cdot \operatorname{cosec}^2 u = -u' \cdot (1 + \operatorname{cotg}^2 u)$$

Derivada de la secante

$$f(x) = \sec u \quad f'(x) = \frac{u' \cdot \operatorname{sen} u}{\cos^2 u} = u' \cdot \sec u \cdot \operatorname{tg} u$$

Derivada de la cosecante

$$f(x) = \operatorname{cosec} u \quad f'(x) = -\frac{u' \cdot \cos u}{\operatorname{sen}^2 u} = -u' \cdot \operatorname{cosec} u \cdot \operatorname{cotg} u$$

Ejemplos de derivadas trigonométricas

$$f(x) = \operatorname{sen} 4x \quad f'(x) = 4 \cos 4x$$

$$f(x) = \operatorname{sen} x^4 \quad f'(x) = 4x^3 \cos x^4$$

$$f(x) = \operatorname{sen}^4 x = (\operatorname{sen} x)^4 \quad f'(x) = 4 \operatorname{sen}^3 x \cos x$$

$$f(x) = \frac{\cos x}{5} \quad f'(x) = -\frac{1}{5} \operatorname{sen} x$$

$$f(x) = \cos(3x^2 + x - 1) \quad f'(x) = -(6x + 4) \operatorname{sen}(3x^2 + x - 1)$$

$$f(x) = \frac{1}{2} \cos^2 5x = \frac{1}{2} (\cos 5x)^2$$

$$f'(x) = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \cos 5x \cdot (-\operatorname{sen} 5x) \cdot 5 = -5 \cos 5x \cdot \operatorname{sen} 5x$$

$$f(x) = \operatorname{tg} \sqrt{x} \quad f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot \frac{1}{\cos^2 \sqrt{x}} = \frac{1}{2\sqrt{x} \cdot \cos^2 \sqrt{x}}$$

$$f(x) = \operatorname{cotg} 4x^2 \quad f'(x) = -\frac{8x}{\operatorname{sen}^2 4x^2}$$

$$f(x) = \operatorname{cotg}^2 4x = (\operatorname{cotg} 4x)^2$$

$$f'(x) = -\frac{2 \cdot 4 \cdot \operatorname{cotg} 4x}{\operatorname{sen}^2 4x^2} = -\frac{8 \cdot \operatorname{cotg} 4x}{\operatorname{sen}^2 4x^2}$$

$$f(x) = \sec 5x \quad f'(x) = \frac{5 \cdot \operatorname{sen} 5x}{\cos^2 5x}$$

$$f(x) = \operatorname{cosec} \left(\frac{x}{2} \right) \quad f'(x) = -\frac{\cos \left(\frac{x}{2} \right)}{2 \cdot \operatorname{sen}^2 \left(\frac{x}{2} \right)}$$

Derivadas trigonométricas inversas

Derivada del arcoseno

$$f(x) = \operatorname{arc} \operatorname{sen} u \quad f'(x) = \frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$$

Derivada del arcocoseno

$$f(x) = \operatorname{arc} \operatorname{cos} u \quad f'(x) = -\frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$$

Derivada del arcotangente

$$f(x) = \text{arc tg } u \qquad f'(x) = \frac{u'}{1+u^2}$$

Derivada del arcocotangente

$$f(x) = \text{arc cotg } u \qquad f'(x) = -\frac{u'}{1+u^2}$$

Derivada del arcosecante

$$f(x) = \text{arc secu} \qquad f'(x) = \frac{u'}{u \cdot \sqrt{u^2 - 1}}$$

Derivada del arcocosecante

$$f(x) = \text{arc cosecu} \qquad f'(x) = -\frac{u'}{u \cdot \sqrt{u^2 - 1}}$$

Ejemplos de derivadas trigonométricas inversas

$$f(x) = \text{arc sen } (2x - 3)$$

$$f'(x) = \frac{2}{\sqrt{1 - (2x - 3)^2}}$$

$$f(x) = \text{arc tg } 3x^2$$

$$f'(x) = \frac{6x}{1 + 9x^4}$$

$$f(x) = \text{arc cos } x^2$$

$$f'(x) = -\frac{2x}{\sqrt{1 - (x^2)^2}} = -\frac{2x}{\sqrt{1 - x^4}}$$

Derivada de la función compuesta

Regla de la cadena

$$(g \circ f)'(x) = g'[f(x)] \cdot f'(x)$$

Ejemplos de derivadas de funciones compuestas

$$f(x) = \left(\frac{x^2 - 1}{x^2 - 1} \right)^3$$

$$f'(x) = 3 \left(\frac{x^2 - 1}{x^2 - 1} \right)^2 \frac{2x(x^2 - 1) - (x^2 - 1)2x}{(x^2 - 1)^2} =$$

$$= 3 \left(\frac{x^2 - 1}{x^2 - 1} \right)^2 \frac{-4x}{(x^2 - 1)^2}$$

$$f(x) = \cos 3^x$$

$$f'(x) = -3^x \ln 3 \operatorname{sen} 3^x$$

$$f(x) = \operatorname{tg}(\ln x)$$

$$f'(x) = \frac{1}{\cos^2(\ln x)} \cdot \frac{1}{x} =$$

$$= \frac{1}{x \cos^2(\ln x)} = \frac{1}{x} \sec^2(\ln x) = \frac{1}{x} (1 + \operatorname{tg}^2 \ln x)$$

$$f(x) = \operatorname{sen}(\operatorname{sen} x)$$

$$f'(x) = \cos(\operatorname{sen} x) \cdot \cos x$$

$$f(x) = \operatorname{sen} \sqrt{\ln(1 - 3x)}$$

$$f'(x) = \cos \sqrt{\ln(1 - 3x)} \cdot \frac{1}{2\sqrt{\ln(1 - 3x)}} \cdot \frac{1}{(1 - 3x)} \cdot (-3)$$

$$f(x) = \text{arc cotg}(\ln x)$$

$$f'(x) = -\frac{1}{1 + \ln^2 x} \cdot \frac{1}{x} = -\frac{1}{x(1 + \ln^2 x)}$$

Derivada de la función inversa

Si f y g son funciones inversas, es decir $g \circ f = f \circ g = I$. Entonces

$$g'(x) = \frac{1}{f'(x)}$$

Ejemplos de derivadas de funciones inversas

Derivar, usando la derivada de la función inversa: $y = \text{arc sen } x$

$$x = \text{sen } y$$

$$y' = \frac{1}{x'} = \frac{1}{\cos y} = \frac{1}{\sqrt{1 - \text{sen}^2 y}} = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}$$

Derivar, usando la derivada de la función inversa: $y = \text{arc tg } x$

$$x = \text{tg } y$$

$$y' = \frac{1}{x'} = \frac{1}{1 + \text{tg}^2 y} = \frac{1}{1 + x^2}$$

Derivada de la función potencial-exponencial

Estas funciones son del tipo:

$$f(x) = u^v \quad u > 0$$

Para derivarla se puede utilizar esta fórmula:

$$f(x) = u^v \quad f'(x) = v \cdot u^{v-1} \cdot u' + u^v \cdot v' \cdot \ln u$$

O bien tomamos logaritmos y derivamos:

$$y = u^v$$

$$\ln y = \ln u^v$$

$$\ln y = v \cdot \ln u$$

$$\frac{y'}{y} = v' \cdot \ln u + v \cdot \frac{u'}{u}$$

$$y' = \left(v' \cdot \ln u + v \cdot \frac{u'}{u} \right) \cdot y$$

Ejemplos de derivadas de funciones potenciales-exponenciales

Derivar tomando logaritmos:

$$f(x) = x^{\operatorname{sen} x} \quad y = x^{\operatorname{sen} x}$$

$$\ln y = \ln x^{\operatorname{sen} x} \quad \ln y = \operatorname{sen} x \ln x$$

$$\frac{y'}{y} = \cos x \ln x + \operatorname{sen} x \cdot \frac{1}{x}$$

$$y' = \left(\cos x \ln x + \frac{1}{x} \operatorname{sen} x \right) x^{\operatorname{sen} x}$$

Derivadas sucesivas

Si derivamos la derivada de una función, **derivada primera**, obtenemos una nueva función que se llama **derivada segunda**, $f''(x)$.

Si volvemos a derivar obtenemos la **derivada tercera**, $f'''(x)$.

Si derivamos otra vez obtenemos la **cuarta derivada** f^{IV} y así sucesivamente.

Ejemplo:

Calcula las derivadas 1ª, 2ª, 3ª y 4ª de:

$$f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 36x - 12$$

$$f'(x) = 6x^2 - 30x + 36$$

$$f''(x) = 12x - 30$$

$$f'''(x) = 12$$

$$f^{(4)}(x) = 0$$

Derivada enésima

En algunos casos, podemos encontrar una fórmula general para cualquiera de las derivadas sucesivas (y para todas ellas). Esta fórmula recibe el nombre de **derivada enésima**, $f^{(n)}(x)$.

Ejemplo:

Calcula la derivada enésima de:

$$f(x) = \frac{1}{x}$$

$$f'(x) = -\frac{1}{x^2}$$

$$f''(x) = \frac{1 \cdot 2}{x^3} = \frac{2!}{x^3}$$

$$f'''(x) = -\frac{1 \cdot 2 \cdot 3}{x^4} = -\frac{3!}{x^4}$$

...

$$f^{(n)}(x) = (-1)^n \frac{n!}{x^{n+1}}$$

Derivación implícita

Funciones implícitas

Una correspondencia o una función está definida en forma implícita cuando **no aparece despejada la y** sino que **la relación entre x e y viene dada por una ecuación de dos incógnitas cuyo segundo miembro es cero.**

Derivadas de funciones implícitas

Para hallar la derivada en forma implícita **no es necesario despejar y**. Basta **derivar miembro a miembro**, utilizando las reglas vistas hasta ahora y teniendo presente que:

$$x'=1.$$

En general $y' \neq 1$.

Por lo que omitiremos x' y dejaremos y' .

Ejemplos:

$$6x - 2y = 0$$

$$6 - 2y' = 0 \qquad y' = 3$$

$$x^2 + y^2 - 7 = 0$$

$$2x + 2yy' = 0 \qquad y' = -\frac{x}{y}$$

Cuando las funciones son más complejas vamos a utilizar una regla para facilitar el cálculo:

$$y' = \frac{-F'_x}{F'_y}$$

$$\sec^2 x + \operatorname{cosec}^2 y = 0$$

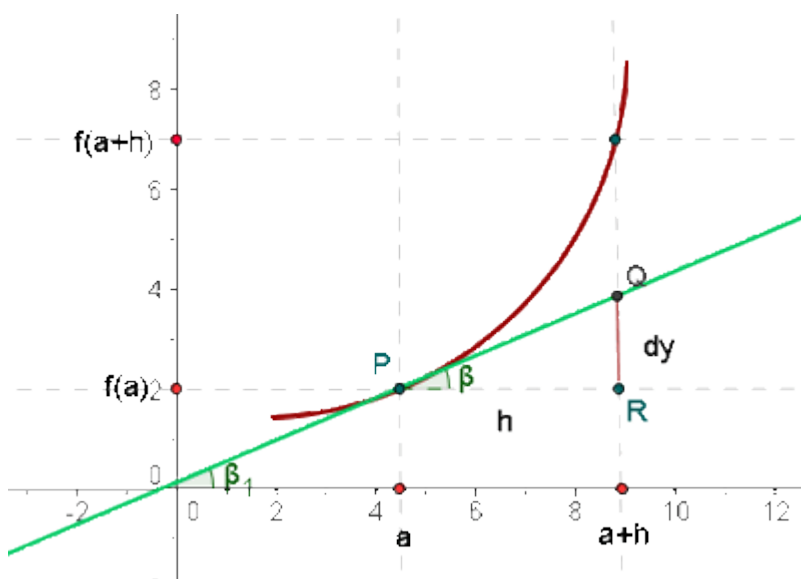
$$y' = \frac{-2 \sec x \sec x \operatorname{tg} x}{-2 \operatorname{co} \sec y \operatorname{co} \sec y \operatorname{cot} g y} = \frac{\sec^2 x \operatorname{tg} x}{\operatorname{co} \sec^2 y \operatorname{cot} g y}$$

Diferencial de una función

Sea $f(x)$ una función derivable. **Diferencial de una función correspondiente al incremento h de la variable independiente, es el producto $f'(x) \cdot h$. Se representa por dy .**

$$dy = f'(x) \cdot h$$

$$dy = f'(x) \cdot dx$$



$$f'(x) = \operatorname{tg} \alpha = \frac{QR}{PR} = \frac{dy}{h}$$

La diferencial en un punto representa el incremento de la ordenada de la tangente, correspondiente a un incremento de la variable.

Ejemplo:

Calcular la diferencial de las funciones:

$$f(x) = 3x^2 + 5x - 6$$

$$df(x) = (6x + 5)dx$$

$$f(x) = e^{\operatorname{tg} x}$$

$$df(x) = (1 + \operatorname{tg}^2 x) \cdot e^{\operatorname{tg} x} dx$$

Calcular el incremento del área del cuadrado de 2 m de lado, cuando aumentamos 1mm su lado.

$$S = x^2 \quad dS = 2x dx$$

$$d(S) = 2 \cdot 2 \cdot 0.001 = \mathbf{0.004 \text{ m}^2}$$

Tabla de derivadas de funciones compuestas

Función	Derivada	Ejemplos	
Constante			
$y=k$	$y'=0$	$y=8$	$y'=0$
Identidad			
$y=x$	$y'=1$	$y=x$	$y'=1$
Funciones potenciales			
$y = u^m$	$y' = mu^{m-1}u'$	$y = (2x^2 + 1)^3$	$y' = 3(2x^2 + 1)^2 \cdot 4x$
$y = \frac{1}{u^m}$	$y' = -\frac{mu'}{u^{m+1}}$	$y = \frac{1}{(2x+1)^3}$	$y' = -\frac{6}{(2x+1)^4}$
$y = \sqrt{u}$	$y' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$	$y = \sqrt{5x}$	$y' = \frac{5}{2\sqrt{5x}}$
$y = \sqrt[m]{u}$	$y' = \frac{u'}{m\sqrt[m]{u^{m-1}}}$	$y = \sqrt[5]{3x^2}$	$y' = \frac{6x}{5\sqrt[5]{(3x^2)^4}}$
Derivadas de sumas, restas, productos y cocientes de funciones			
$y = ku$	$y' = ku'$	$y = 3x^5$	$y' = 3 \cdot 5x^4 = 15x^4$
$y = u + v - w$	$y' = u' + v' - w'$	$y = 3x^2 - 2x + 5$	$y' = 6x - 2$
$y = uv$	$y' = u'v + uv'$	$y = x^2 \cos x$	$y' = 2x \cos x + x^2(-\text{sen } x)$
$y = \frac{u}{v}$	$y' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$	$y = \frac{2x^2}{x^3 - 1}$	$y' = \frac{4x(x^3 - 1) - 2x^2(3x^2)}{(x^3 - 1)^2}$

Funciones exponenciales			
$y = e^u$	$y' = u'e^u$	$y = e^{3x^2+1}$	$y' = 6xe^{3x^2+1}$
$y = a^u$	$y' = u'a^u \text{La}$	$y = 5^{3x-4}$	$y' = 3 \cdot 5^{3x-4} \text{L5}$
Funciones logarítmicas			
$y = Lu$	$y' = \frac{u'}{u}$	$y = L(x^2 + 7x)$	$y' = \frac{2x+7}{x^2+7x}$
$y = \log_a u$	$y' = \frac{u'}{u} \log_a e$	$y = \log_2(5x+7)$	$y' = \frac{5}{5x+7} \log_2 e$
Funciones trigonométricas			
$y = \text{sen } u$	$y' = u' \cos u$	$y = \text{sen } 5x$	$y' = 5 \cos 5x$
$y = \text{cos } u$	$y' = -u' \text{sen } u$	$y = \text{cos } 3x^2$	$y' = -6x \text{sen } x^2$
$y = \text{tg } u$	$y' = u' \sec^2 u$	$y = \text{tg } 7x$	$y' = 7 \sec^2 7x$
$y = \text{cot } gu$	$y' = u' \text{cosec}^2 u$	$y = \text{cot } g(4x+5)$	$y' = -4 \text{cosec}^2(4x+5)$
$y = \text{sec } u$	$y' = u' \text{sec } u \cdot \text{tg } u$	$y = \text{sec } x^3$	$y' = 3x^2 \text{sec } x^3 \text{tg } x^3$
$y = \text{cosec } u$	$y' = -u' \text{cosec } u \text{cot } gu$	$y = \text{cosec } x^2$	$y' = -2x \text{cosec } x^2 \text{cot } gx^2$
$y = \text{arcsen } u$	$y' = \frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$	$y = \text{arcsen } x^2$	$y' = \frac{2x}{\sqrt{1-x^4}}$
$y = \text{arccos } u$	$y' = \frac{-u'}{\sqrt{1-u^2}}$	$y = \text{arccos } 3x$	$y' = \frac{-3}{\sqrt{1-9x^2}}$

$y = \operatorname{arctg} u$	$y' = \frac{u'}{1+u^2}$	$y = \operatorname{arctg} 3x$	$y' = \frac{3}{1+9x^2}$
------------------------------	-------------------------	-------------------------------	-------------------------